HOMERO PINTO CAPUTO

MECÂNICA DOS SOLOS E SUAS APLICAÇÕES

Fundamentos

1

6ª edição

LTC

MECÂNICA DOS SOLOS
E SUAS APLICAÇÕES
Fundamentos

VOLUME 1

MECÂNICA DOS SOLOS E SUAS APLICAÇÕES

Fundamentos

HOMERO PINTO CAPUTO

Engenheiro Civil. Docente Livre da Universidade Federal do Rio de Janeiro.
Prof. Visitante na Pós-Graduação da Universidade Federal Fluminense.
Prof. Conferencista do Instituto Militar de Engenharia.

6ª Edição
Revista e Ampliada

VOLUME 1

LTC
EDITORA

1.ª edição: 1967
2.ª edição: 1969
3.ª edição: 1973 — Reimpressões: 1974, 1975, 1976 (duas), 1977, 1978 e 1981
4.ª edição: 1980
5.ª edição: 1983 — Reimpressões: 1985 e 1986
6.ª edição: 1988 — Reimpressões: 1991, 1994 e 1996

Direitos exclusivos para a língua portuguesa
Copyright © 1988 by. Homero Pinto Caputo
LTC — Livros Técnicos e Científicos Editora S.A.
Travessa do Ouvidor, 11
Rio de Janeiro, RJ — CEP 20040-040

An engineering problem cannot be satisfactorily solved unless the computation is based on a sound knowledge of the mechanical properties of the materials involved, and problems in earthwork engineering are no exceptions.

K. Terzaghi

Fazendo da clareza e da realidade os princípios de trabalho de um Engenheiro consciencioso, não se pode negar que as pesquisas do solo constituem elemento valioso. São elas, somente, que possibilitam o reconhecimento exato das qualidades do subsolo e permitem prever o comportamento da obra depois de concluída.

Kollbrunner

PREFÁCIO

A nossa MECÂNICA DOS SOLOS E SUAS APLICAÇÕES surgiu há mais de vinte anos, com a publicação da 1.ª edição dos Vols. 1 e 2, aos quais, após alguns anos, juntou-se o Vol. 3.

Para as demais edições e reimpressões que se seguiram e, agora, para esta 6.ª edição, temos procurado sempre revisar e atualizar o nosso trabalho. Para a presente edição, afora correções de enganos e aditamentos de matéria, incluimos três Notas Complementares. Evitar que o livro envelheça, mais do que o autor, tem sido a nossa permanente preocupação.

Continuamos perseguindo o objetivo de oferecer uma visão simples, ampla, global e atualizada da Mecânica dos Solos a todos aqueles que, na docência ou no campo profissional, utilizam este livro.

Como sempre, renovamos nossos agradecimentos aos que nos têm estimulado com seus comentários – em particular ao prezado amigo Prof. Dirceu de Alencar Velloso – assim como aos colegas e estudantes pelo acolhimento dispensado, bem como a "Livros Técnicos e Científicos Editora S.A.", que prontamente satisfez todas as nossas solicitações.

Rio de Janeiro, Dezembro de 1988.

Homero Pinto Caputo

SUMÁRIO

CAPÍTULO 1 — INTRODUÇÃO, 1

1.1 — Primeiros Estudos dos Solos, 1
1.2 — Grandes Acidentes. Exemplos Históricos, 2
1.3 — A Mecânica dos Solos, 3
1.4 — Outras Ciências da Terra, 4
1.5 — Geotécnica, 5
1.6 — As Investigações Geotécnicas, 5
1.7 — Elenco de Questões, 8
1.8 — Karl Terzaghi, 10
1.9 — Definição, Objetivo, Problemas e Vinculações com as Demais Ciências, 10
1.10 — Problemas de Deformação e Ruptura dos Solos, 11
1.11 — Congressos e Simpósios, 12
1.12 — A Mecânica dos Solos no Brasil, 13

CAPÍTULO 2 — ORIGEM E FORMAÇÃO DOS SOLOS. PEDOLOGIA. COMPOSIÇÃO QUÍMICA E MINERALÓGICA, 14

2.1 — Origem e Formação dos Solos, 14
2.2 — Pedologia, 14
2.3 — Solos Residuais, Sedimentares e de Formação Orgânica, 15
2.4 — Composição Química e Mineralógica dos Solos, 16
2.5 — Minerais Argílicos, 18
2.6 — Superfície Específica, 19

CAPÍTULO 3 — PROPRIEDADES DAS PARTÍCULAS SÓLIDAS DO SOLO, 21

3.1 — Natureza das Partículas, 21
3.2 — Peso Específico das Partículas, 21
3.3 — Forma das Partículas, 22
3.4 — Atividade da Superfície dos Solos Finos, 23
3.5 — Bentonitas, 24
3.6 — Tixotropia, 24
3.7 — Granulometria, 25
3.8 — Classificação Trilinear dos Solos, 33
3.9 — Correção Granulométrica, 34

CAPÍTULO 4 — ÍNDICES FÍSICOS, 37

4.1 — Elementos Constituintes de um Solo, 37
4.2 — Teor de Umidade de um Solo, 39
4.3 — Peso Específico Aparente de um Solo ($h \neq 0$), 40

4.4 — Peso Específico Aparente de um Solo Seco ($h = 0$), 40
4.5 — Índices de Vazios, 41
4.6 — Grau de Compacidade, 41
4.7 — Porosidade de um Solo, 42
4.8 — Grau de Saturação de um Solo, 43
4.9 — Grau de Aeração, 44
4.10 — Relações Diversas, 44
4.11 — Peso Específico de um Solo Saturado, 44
4.12 — Peso Específico de um Solo Submerso, 45
4.13 — Resumos, 47

CAPÍTULO 5 — ESTRUTURA DOS SOLOS, 48

5.1 — Definições e Tipos de Estrutura, 48
5.2 — Amolgamento, 50

CAPÍTULO 6 — PLASTICIDADE E CONSISTÊNCIA DOS SOLOS, 52

6.1 — Plasticidade, 52
6.2 — Limites de Consistência, 53
6.3 — Limite de Liquidez, 54
6.4 — Limite de Plasticidade, 56
6.5 — Índice de Plasticidade, 56
6.6 — Gráfico de Plasticidade, 57
6.7 — Índice de Consistência, 58
6.8 — Limite de Contração, 58
6.9 — Grau de Contração, 60
6.10 — Outros Índices, 60

CAPÍTULO 7 — FENÔMENOS CAPILARES, 61

7.1 — Teoria do Tubo Capilar, 61
7.2 — Capilarímetros, 64
7.3 — Importância dos Fenômenos Capilares, 64

CAPÍTULO 8 — PERMEABILIDADE DOS SOLOS, 66

8.1 — Coeficiente de Permeabilidade. Lei de Darcy, 66
8.2 — Fatores que Influem na Permeabilidade, 68
8.3 — Permeabilidade em Terrenos Estratificados, 69
8.4 — Intervalos de Variação do Coeficiente de Permeabilidade, 71
8.5 — Determinação do Coeficiente de Permeabilidade, 71
8.6 — Nota, 76

CAPÍTULO 9 — COMPRESSIBILIDADE, 78

A — Introdução

9.1 — A Compressibilidade, 78
9.2 — Relação Carga-Deformação, 78
9.3 — Processo de Adensamento, 79

9.4 — Analogia Mecânica de Terzaghi, 82
9.5 — Observações, 83
9.6 — Compressibilidade dos Terrenos Permeáveis (Areia e Pedregulho), 83
9.7 — Compressibilidade dos Terrenos Permeáveis (Argila), 83

B — Teoria do Adensamento

9.8 — Referência Histórica, 84
9.9 — Hipóteses Básicas Simplificadas, 85
9.10 — Equação Diferencial do Adensamento, 85
9.11 — Analogia Termodinâmica do Adensamento, 88
9.12 — Resolução da Equação Diferencial, 89
9.13 — Porcentagem de Adensamento, 92
9.14 — Fórmulas Aproximadas, 94
9.15 — Superfícies Drenantes, 94
9.16 — Observação, 97

C — Ensaio de Adensamento

9.17 — Objetivo, 98
9.18 — Descrição do Ensaio, 98
9.19 — Realização do Ensaio, 99
9.20 — Variação do Índice de Vazios com a Pressão Efetiva, 99
9.21 — Pressão de Pré-Adensamento, 101
9.22 — Índice de Compressão, 102
9.23 — Relação entre K e LL, 103
9.24 — Curva Tempo-Recalque, 103
9.25 — Ajuste da Curva Tempo-Recalque, 104
9.26 — Determinação do Coeficiente de Adensamento, 105
9.27 — Determinação do Coeficiente de Permeabilidade, 105
9.28 — Comparação entre Tempos de Adensamento, 105
9.29 — Compressão Secundária, 106

D — Cálculo dos Recalques

9.30 — Na Prática, 106
9.31 — Recalque Total, 107
9.32 — Observação, 108
9.33 — Evolução do Recalque em Função do Tempo, 109
9.34 — Carregamento Lento Durante o Período de Construção, 110
9.35 — Observação e Estudo dos Recalques, 111

CAPÍTULO 10 — TENSÕES E DEFORMAÇÕES. ELASTICIDADE, PLASTICIDADE E REOLOGIA, 112

10.1 — Introdução, 112
10.2 — Tensões, 112
10.3 — Deformações, 126
10.4 — Tipos e Comportamento dos Materiais, 128
10.5 — Elasticidade, 132
10.6 — Plasticidade, 141
10.7 — Reologia, 153

CAPÍTULO 11 – RESISTÊNCIA AO CISALHAMENTO DOS SOLOS, 158

11.1 – Atrito Interno e Coesão, 158
11.2 – Tipos de Ensaios de Cisalhamento, 159
11.3 – Classificação dos Ensaios de Cisalhamento, 163
11.4 – Resistência ao Cisalhamento das Areias, 165
11.5 – Resistência ao Cisalhamento das Argilas, 167
11.6 – "Coeficientes A e B" da Pressão Neutra, 169
11.7 – Aplicação dos Ensaios de Cisalhamento na Prática, 171

CAPÍTULO 12 – COMPACTAÇÃO DOS SOLOS, 172

12.1 – Introdução, 172
12.2 – Curvas de Compactação, 172
12.3 – Ensaios, 174
12.4 – Curvas de Resistência, 176
12.5 – Compactação no Campo, 177
12.6 – Controle da Compactação, 178
12.7 – Ensaio Califórnia, 178

CAPÍTULO 13 – CLASSIFICAÇÃO DOS SOLOS, 183

13.1 – Principais Sistemas de Classificação, 183
13.2 – O Sistema Unificado de Classificação, 183
13.3 – O Sistema de Classificação do H.R.B., 185

CAPÍTULO 14 – EXPLORAÇÃO DO SUBSOLO, 189

14.1 – Considerações Iniciais, 189
14.2 – Métodos de Exploração do Subsolo, 190
14.3 – Profundidade, Locação e Número de Sondagens, 190
14.4 – Abertura de Poços de Exploração, 192
14.5 – Execução de Sondagens, 194
14.6 – Tipos de Sondagens, 194
14.7 – Sondagens de Reconhecimento, 194
14.8 – Sondagens com Retirada de Amostras Indeformadas, 200
14.9 – Amostradores para Solos Coesivos, 201
14.10 – Amostradores para Solos Não-Coesivos, 202
14.11 – Amostragem de Rochas, 203
14.12 – Apresentação dos Resultados de um Serviço de Sondagem, 203
14.13 – Ensaio de Auscultação, 203
14.14 – Ensaios de Bombeamento e de "Tubo Aberto", 207
14.15 – Vane Test (Scissomètre), Rhéotest e Pressiômetro, 208
14.16 – Medida de Pressão Neutra, 210
14.17 – Prova de Carga, 210
14.18 – Medida de Recalque, 211
14.19 – Ensaios Geofísicos, 213
14.20 – Outras Técnicas, 216
14.21 – Comprovação Durante e Após a Construção, 216

NOTAS COMPLEMENTARES, 218

BIBLIOGRAFIA, 232

Introdução

Capítulo 1

1-1 Primeiros Estudos dos Solos

A necessidade do homem trabalhar com os *solos*, encontra sua origem nos tempos mais remotos, podendo-se mesmo afirmar ser tão antiga quanto a civilização. Recordem-se, entre outros, os problemas de *fundações* e de *obras de terra* que terão surgido quando das grandes construções representadas pelas pirâmides do Egito, os templos da Babilônia, a Grande Muralha da China, os aquedutos e as estradas do Império Romano.

Revendo, no entanto, a bibliografia, os primeiros trabalhos sobre o comportamento quantitativo dos solos, vão ser encontrados somente a partir do Século XVII. Tais trabalhos, que remontam aos estudos de Vauban (1687), Coulomb (1773), Rankine (1856) e outros, admitem os solos como "massas ideais de fragmentos", atribuindo-lhes propriedades de material homogêneo e estudando-os mais de um ponto de vista "matemático" do que "físico". Assim foram desenvolvidas as "teorias clássicas" sobre o *equilíbrio dos maciços terrosos*, de sentido predominantemente matemático e sem o correspondente ajustamento das suas conclusões à realidade física. Essas teorias, apesar das suas limitações tão conhecidas, atualmente, desempenharam importante papel no desenvolvimento dos estudos dos maciços de terra.

Esse modo de encarar os problemas relativos aos solos constitui, diga-se assim, o *período clássico*, ou, como denomina o Prof. Milton Vargas, a "engenharia-matemática do Século XIX", que, mal sucedida pela falsa concepção do que seja um problema de engenharia, como atestam os sérios acidentes ocorridos, cedeu lugar ao "caminho fecundo da engenharia-ação do Século XX". Iniciou-se, assim, o que será chamado *período atual*, que se caracteriza essencialmente por um desenvolvimento baseado em dados fornecidos pela experiência e pela observação interpretada dos fenômenos, como eles efetivamente se passam na natureza.

1-2 Grandes Acidentes. Exemplos Históricos

Uma série de numerosos acidentes ocorridos com grandes obras de engenharia, ao fim do Século XIX e princípios do século atual, veio mostrar a inadequada percepção dos princípios até então admitidos e, por outro lado, a insuficiência de conhecimentos para a tomada de nova orientação.

Entre grandes acidentes ocorridos em quase todos os países e as providências tomadas visando um esclarecimento da situação, citam-se, como exemplos históricos, os que tiveram lugar no Panamá, Estados Unidos, Suécia e Alemanha.

Assim, os sucessivos escorregamentos de taludes de terra durante a construção do Canal do Panamá, destacando-se os célebres escorregamentos de Cucaracha e Culebra (fig. 1-1), e nos Estados Unidos, as rupturas de barragens de terra e os sucessivos recalques de grandes edifícios, preocupavam a *American Society of Civil Engineers*, que resolveu então, em 1913, nomear uma comissão, sob a presidência de Cummings, para examinar e opinar sobre o que estava ocorrendo. Uma das conclusões centrais do trabalho apresentado se referia à necessidade de se exprimir quantitativamente as propriedades dos solos, estabelecendo ainda sua classificação e dando ênfase à importância das partículas coloidais dos solos.

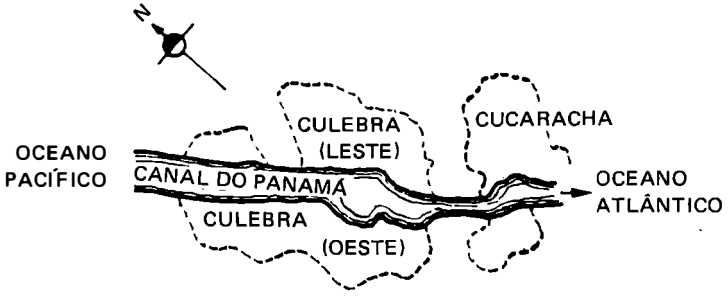


Fig. 1-1

Igualmente na Suécia, face a uma série de escorregamentos em taludes de ferrovias, foi nomeada em 1913 a famosa *Comissão Geotécnica Sueca*, presidida pelo Prof. Fellenius. Em 1916 ocorria o tão citado escorregamento de Goteborg, onde um muro de cais se deslocou 5 m para o lado do mar, notando-se, a cerca de 90 m, um levantamento do fundo de alguns metros.

Dentre as conclusões constantes do relatório, publicado em 1922, destaca-se a origem do valioso *método sueco* de verificação da estabilidade de taludes, hoje tão difundido.

Também na Alemanha, devido aos acidentes com muros de cais e escorregamentos de terra, em particular na construção do Canal de Kiel, foram realizados importantes estudos por Krey, destacando-se os de resistência ao cisalhamento dos solos e os relativos à teoria dos suportes laterais.

Face às lições desses acidentes e às contribuições a que deram lugar o esforço para compreendê-los e estudá-los, surgiu nova orientação para o estudo dos solos.

1-3 A Mecânica dos Solos

O ano de 1925, data em que o Prof. Karl Terzaghi publicou o seu famoso livro *Erdbaumechanik*,* constitui um marco decisivo na nova orientação a ser seguida no estudo do comportamento dos solos. Àquela data, nascia a MECÂNICA DOS SOLOS,** ou seja, a mecânica dos sistemas constituídos por uma fase sólida granular e uma fase fluida. Conquanto os seus princípios fundamentais, alguns dos quais hoje já revistos, tenham sido então publicados, somente por ocasião do *Primeiro Congresso Internacional de Mecânica dos Solos e Fundações*, realizado em 1936, essa ciência aplicada consagrou-se de maneira definitiva. Do famoso discurso inaugural do Congresso pronunciado por Terzaghi – com a incontestável autoridade de pesquisador e de técnico, que o conduziu à posição ímpar de destaque que ocupa nesta nova ciência – extraímos:

"A instalação deste Congresso é um acontecimento de significação invulgar. Representa o primeiro Conselho Internacional na perpétua guerra da engenharia civil contra as forças traiçoeiras da natureza, ocultas na terra. Graças aos esforços despendidos em diferentes partes do mundo, durante um período de 25 anos, armas novas e eficientes foram forjadas para combater essas forças e o objetivo principal desta reunião consiste em discutir os meios de explorar as vantagens assim asseguradas. Com o fito de abreviar, deu-se o nome de Mecânica dos Solos a estes recentes progressos".

Fig. 1-1a
Donald Wood Taylor
(1900-1955)

A partir de 1936, quando, no dizer de Terzaghi, ficou oficialmente batizada a Mecânica dos Solos, o seu processo tem sido verdadeiramente extraordinário, com contribuições de quase todas as partes do mundo, inclusive do Brasil.

Destaque-se a contribuição brasileira de Alberto Ortenblad que, em 1926, em tese de doutoramento (*Mathematical Theory of the Process of Mud Deposits*) apresentada no Instituto de Tecnologia de Massachusetts (M. I. T.) colaborou no desenvolvimento matemático da "teoria do adensamento" de Terzaghi e Frohlich. Esse valioso trabalho, publicado em 1930, foi reeditado pelo seu Autor em 1956.

De extraordinário interesse para o desenvolvimento dos fundamentos da Mecânica dos Solos, em particular no que se refere à consolidação, cisalhamento e estabilidade de taludes, foram os estudos de Taylor, do Departamento de Engenharia Civil do M.I.T.

(*) Esse célebre e histórico livro foi reimpresso em 1976.

** Em Italiano: *Meccanica del Terreno*; em Espanhol: *Mecánica de Suelos*; em Francês: *Mécanique du Sol*; em Inglês: *Soil Mechanics*; em Alemão: *Bodenmechanick*.

The Institution of Civil Engineers, de Londres, selecionou em *A Century of Soil Mechanics* (1969) os estudos e trabalhos básicos sobre a evolução dessa ciência. Em 1975 a mesma Instituição publicou *Milestones in Soil Mechanics*, reunindo as dez primeiras *Rankine Lectures*, ou seja, as conferências proferidas entre 1961 e 1970 por destacados engenheiros especialistas, em honra à memória do grande cientista William John Macquorn Rankine (1820-1872).

Dentre os numerosos trabalhos publicados por Terzaghi, citamos apenas as suas duas obras fundamentais de sistematização e divulgação dos conhecimentos básicos de Mecânica dos Solos, que são: *Theoretical Soil Mechanics*, que data de 1943 e, em colaboração com Ralph Peck, o livro *Soil Mechanics in Engineering Practice*, publicado em 1948, atualmente em 2ª edição inteiramente revista.

Ambas as obras já traduzidas para vários idiomas.

A Mecânica dos Solos, por conseguinte, constitui ciência relativamente jovem, achando-se ainda em pleno desenvolvimento.

1-4 Outras Ciências da Terra

Constitui requisito prévio para o projeto de qualquer obra, sobretudo se de vulto (barragem, túnel, obra de arte, corte, aterro), o conhecimento da formação geológica local, estudo das rochas, solos, minerais que o compõem, bem como a influência da presença da água sobre ou sob a superfície da crosta.

É verdade conhecida que, em se tratando de solos e rochas, a heterogeneidade é a regra, a homogeneidade a exceção.

Tais estudos são, de fato, indispensáveis, para se alcançar a "boa engenharia", isto é, aquela que garante a necessária condição de segurança e, também, de economia.

Assim, além da Mecânica dos Solos, tornam-se necessários, para o atendimento desses requisitos básicos, os estudos referentes às demais ciências que compõem a constelação das chamadas Ciências da Terra (designação de Krynine e Judd), e que são:

Mineralogia – ciência dos minerais.

De particular interesse para o engenheiro é o estudo dos minerais argílicos.

Petrologia – estudo detalhado das rochas, com o seu ramo a Petrografia (criada por Werner), ou seja, a sua descrição sistemática. A classificação geral, o reconhecimento prático e o estudo detalhado dos principais tipos de rochas, são assuntos dos mais importantes.

Geologia Estrutural ou Tectônica – ramo dedicado principalmente ao estudo das dobras e falhas da estrutura da crosta terrestre.

Observemos que o estudo dos diaclasamentos é de fundamental importância nas questões relativas a cortes, túneis e fundações de barragens e obras de terra.

Geomorfologia – ciência que estuda as formas da superfície terrestre e as forças que as originam. O termo tem praticamente o mesmo significado que "Geografia Física", "Fisiografia" ou "Geologia Física". Segundo a clássica definição de Mackinder (1889), "a Geografia Física é o estudo do presente à luz do passado; a Geologia é o estudo do passado à luz do presente".

A interpretação geomorfológica através de fotografias aéreas constitui capítulo de alta importância.

Veja-se do Prof. Sydney M. G. dos Santos o trabalho *Geomorfologia Aplicada à Engenharia* (PUC; EC-2/70).

Geofísica (Hutton) – consiste na aplicação dos métodos da Física ao estudo das propriedades dos maciços rochosos e terrosos. A *Sismologia* é o ramo que estuda as vibra-

ções da Terra (fenômenos sísmicos). São de grande utilidade os "métodos geofísicos de prospecção" da crosta terrestre.

Pedologia – tem por objeto o estudo das camadas superficiais da crosta terrestre, em particular sua formação e classificação, levando em conta a ação de agentes climatológicos.

Particularmente no que se refere ao estudo da umidade dos solos, os conhecimentos pedológicos vão se mostrando de interesse nos problemas de pavimentação.

Mecânica das rochas – propõe-se a sistematizar o estudo das propriedades tecnológicas das rochas e o comportamento dos maciços rochosos, segundo os métodos da Mecânica dos Solos. É a mais recente das ciências que compõem o conjunto das Ciências da Terra. Seus conhecimentos são hoje, indispensáveis ao engenheiro. Uma rápida introdução ao seu estudo será apresentada no 2º Volume desta obra.

Hidrologia – ciência que se ocupa do estudo das águas superficiais e subterrâneas (o estudo destas se designa por "hidrogeologia"). Desempenha, também, importante papel no comportamento das obras de Engenharia.

Finalmente, Krynine e Judd, incluem ainda no complexo de ciências que tratam do estudo da Terra, a *Meteorologia.*

1-5 Geotécnica

Face ao exposto, verifica-se o quanto é difícil demarcarem-se fronteiras definidas e nítidas, entre as diferentes Ciências da Terra, no estudo de um problema de engenharia de fundações ou de obras de terra. Ao contrário, cada vez mais estreitam-se as faixas de contato. Assim é que, segundo o Prof. Milton Vargas, o "fenômeno da Mecânica dos Solos tem que ser conhecido em sua totalidade geológica, física e técnica; surge aí a *Geotécnica*, que combina uma Geologia, mais observada do ponto de vista físico, e uma Mecânica dos Solos, mais ligada aos problemas geológicos".

O famoso geólogo-engenheiro Charles Berkey, em retrospecto histórico ("A responsabilidade do geólogo nas obras de engenharia civil"), destaca:

"Deve-se recordar que a descoberta da relação íntima entre a engenharia e geologia não é absolutamente nova. O primeiro a descobri-la, foi provavelmente um engenheiro, resolvendo ele mesmo o seu problema geológico. Deste dia em diante – há mais de cem anos – grande parte dos problemas geológicos, relacionados com projetos de engenharia civil, tem sido resolvida mais pelos engenheiros ligados com o projeto do que por geólogos profissionais. Somente nos últimos 25 a 30 anos (*o trabalho que estamos citando data de 1929*) este estado de coisas começou a modificar-se, reconhecendo-se hoje que um geólogo profissional de boa experiência, constitui elemento essencial da organização encarregada de todo projeto de engenharia de certa importância".

Geomecânica é a designação que, segundo alguns, englobaria a Mecânica dos Solos e a Mecânica das Rochas.

1-6 As Investigações Geotécnicas (Uma Primeira Apresentação)

Os estudos para o projeto e a execução de *fundações de estruturas* (edifícios, pontes, viadutos, bueiros, túneis, muros de arrimo etc.) requerem, como é óbvio, prévias *investigações geotécnicas*, tanto mais desenvolvidas quanto mais importante seja a obra.

Um dos maiores riscos que se pode correr no campo de Engenharia de Construções é iniciar uma obra sem um conhecimento tão perfeito quanto possível do *terreno* (*rocha ou solo*) *de fundação.* Apenas para justificar essa afirmativa (como se necessário fosse), indicamos na Fig. 1-1*b* o caso da fundação de um arco de ponte que, por deficiência de estudos geotécnicos, comporta-se-ia de maneira instável pela possibilidade de deslocamento do "bloco de rocha" (suposto erroneamente um maciço rochoso) em que se apóiam as estacas.

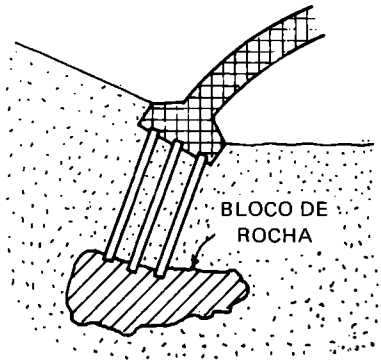


Fig. 1-1b

Recordemos que o objetivo da *Geotécnica* (assim entendendo-se os estudos afetos à Geologia Aplicada, Hidrologia, Mecânica dos Solos e Mecânica das Rochas) é exatamente o de determinar, tanto quanto possível sob fundamentação científica, a *interação terreno-fundação-estrutura* (Fig. 1-1*c*), com o fim de prever e adotar medidas que evitem recalques prejudiciais ou ruptura do terreno, com o conseqüente colapso da obra. Em outras palavras, o que se procura é alcançar a maior estabilidade e o menor custo da obra, além da proteção de obras vizinhas, quando for o caso. É a consideração do binômio *técnica-economia.*

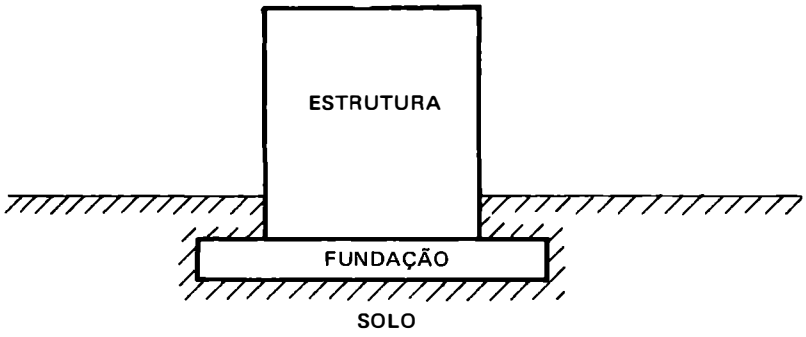


Fig. 1-1c

Conquanto sempre exista um risco na execução de uma fundação, devido às incertezas que se ocultam nos terrenos e nas hipóteses de cálculo da infra-estrutura, há que se procurar reduzi-lo a um mínimo, mesmo porque as falhas porventura decorrentes desses riscos e hipóteses atingem as três partes interessadas na construção: o proprietário, o projetista e o construtor. Daí o necessário cuidado que todos devem ter, pois a cada um cabe uma parcela definida de responsabilidade: ao primeiro, para que não haja desperdícios de recursos financeiros; ao segundo, adotando adequados métodos de cálculo, com prudentes e conservadores coeficientes de segurança; e ao terceiro, aprimorando os seus métodos construtivos e, no momento oportuno, alertando o projetista para ocorrências não previstas nos estudos iniciais.

No planejamento de um programa de investigações geotécnicas há que se considerar não só as características do terreno – natureza, propriedades, sucessão e disposição das camadas e presença do nível de água – como o tipo da estrutura: grande ou pequena, pesada ou leve e rígida ou flexível.

A modalidade, o número, a disposição e a profundidade dos reconhecimentos geotécnicos se estabelecem em função das dimensões e forma das estruturas, das cargas e das características dos terrenos. A locação em planta e a elevação dos pontos de reconhecimento devem ficar perfeitamente definidas.

Nada justifica que tais estudos não sejam conduzidos no seu devido tempo e da maneira mais criteriosa possível, pois só através deles se consegue uma solução realmente técnica e econômica. Em outras palavras, é importante que numa investigação geotécnica sejam atendidas duas exigências fundamentais: *rapidez* na sua realização (para prever e prover a tempo contra eventuais dificuldades) e *confiança* nos resultados obtidos (o que importa dizer que os estudos sejam orientados por empresas e profissionais idôneos e com experiência).

As obras rodoviárias, *linearmente extensas* e interessando a grandes áreas, onde, portanto, se encontram terrenos com características as mais variadas, exigem um cuidadoso reconhecimento geotécnico da região, até mesmo para responder a uma *pergunta básica* e de grande interesse na previsão do custo das obras: *há ou não rocha no trecho*?

O engenheiro deve ter sempre presente que está tratando com um material (o terreno) extremamente complexo, que varia de lugar para lugar e que, em geral, não pode ser observado em sua totalidade, mas, tão-somente, através de amostras (ainda assim suscetíveis a alterações quando de sua extração do maciço) ou de ensaios *in loco*. Mais ainda, o seu comportamento é função das pressões com que é solicitado, bem como depende do tempo e do meio físico, não possuindo uma definida relação tensão-deformação.

Algumas vezes, o seu comportamento parece desafiar todas as leis da Natureza e todos os modelos teóricos idealizados para o seu exame. A propósito, diz White (citado por Little) que a *Natureza não tem nenhum contrato para concordar com a Matemática.*

Conclui-se, assim, que uma informação tão completa quanto possível da natureza do subsolo é indispensável, e "sempre haverá algum risco devido a condições desconhecidas".

O conhecido engenheiro e projetista Dunham menciona em seu livro *Cimentaciones de Estruturas* (1968 – 2ª edição) que "quem projeta e constrói fundações importantes e difíceis não dorme bem durante a noite".

Quanto ao custo de uma investigação geotécnica, em geral ele é negligenciável em valor, mas tal investigação é indispensável e importantíssima para a definição do tipo de

fundação mais adequado, pois qualquer insucesso nessa definição pode representar – além de outros transtornos – custos elevadíssimos de recuperação da obra e até mesmo o seu próprio colapso. Vários são os exemplos que poderiam ser citados.

Sobre o assunto o Prof. C. Szechy, em seu livro *Fallas en Fundaciones* (1964), cita uma série de fracassos em fundações, descrevendo e comentando pormenorizadamente as diferentes causas que os determinaram. O trabalho contém informações muito valiosas.

No Vol. 2 incluimos um pequeno resumo sobre a *Patologia das Fundações*.

1-7 Elenco de Questões

Para destacar a *importância* da Geotécnica, basta atentar, como observa Lambe, para as *seguintes questões* que se apresentam na atividade profissional do engenheiro civil e para as quais ele terá que ter uma *resposta*, ainda que apenas *indicativa*, se não for especialista em solos:

a) Qual a fundação mais adequada: superficial ou profunda? Estaca ou tubulão? Que tipo de estaca: de madeira, de concreto ou metálica? Pré-moldada ou moldada *in loco*? Com que carga máxima admissível? Haverá recalques? Uniformes ou diferenciais? Qual o valor tolerável para uma estrutura isostática? E se for hiperestática? Qual a seqüência executiva? Será necessário rebaixar o nível de água? Haverá perigo para as fundações vizinhas?

b) Na execução de um aterro, que altura máxima ele poderá alcançar? Em que condições de compactação e umidade? E as inclinações dos taludes? E quanto à sua proteção, qual o recurso a usar? Qual o recalque previsto? Em que tempo ocorrerá?

c) Qual o tipo de pavimento para uma estrada ou um aeroporto? Rígido ou flexível? E as espessuras das camadas que o compõem? E o grau de compactação a se aplicar?

d) Nas estruturas de sustentação ou de retenção, que tipo de obra deve ser usado? Muros, paredes moldadas no solo ou cortinas de estacas-pranchas? Que tipo de estaca-prancha? Qual a distribuição das pressões? Qual a ficha? E a posição da ancoragem? Com que comprimento? Qual o sistema de fixação no extremo do tirante? Qual o tipo de drenagem a adotar?

e) Quais as dimensões mais econômicas e seguras de uma barragem de terra? Quais deverão ser suas características de resistência e permeabilidade? Que perdas por infiltração poderão ocorrer através da sua fundação e/ou do seu corpo?

Sendo os problemas que se apresentam ao engenheiro civil tão variados (a Fig. 1-1*d* ilustra alguns deles) e, em se tratando de solos e rochas, quase sempre estaticamente indeterminados, as soluções requeridas na prática exigem dele, tal como do médico, uma dose de arte e de ciência, e, tal como do advogado, a necessidade de apelar para decisões em casos precedentes semelhantes, além, evidentemente, de apreciáveis qualidades morais e éticas.

O engenheiro de fundações, ao planejar e desenvolver o seu projeto, deve obter todas as informações possíveis atinentes ao problema, estudar as diferentes soluções e variantes, analisar os processos executivos, prever suas repercussões, estimar os seus custos e, aí, então, decidir sobre a viabilidade técnica e econômica da sua execução. Só assim,

fazendo a adequada engenharia, o profissional terá uma relativa tranqüilidade. É como diz o provérbio: *DEUS ajuda a quem se ajuda.*

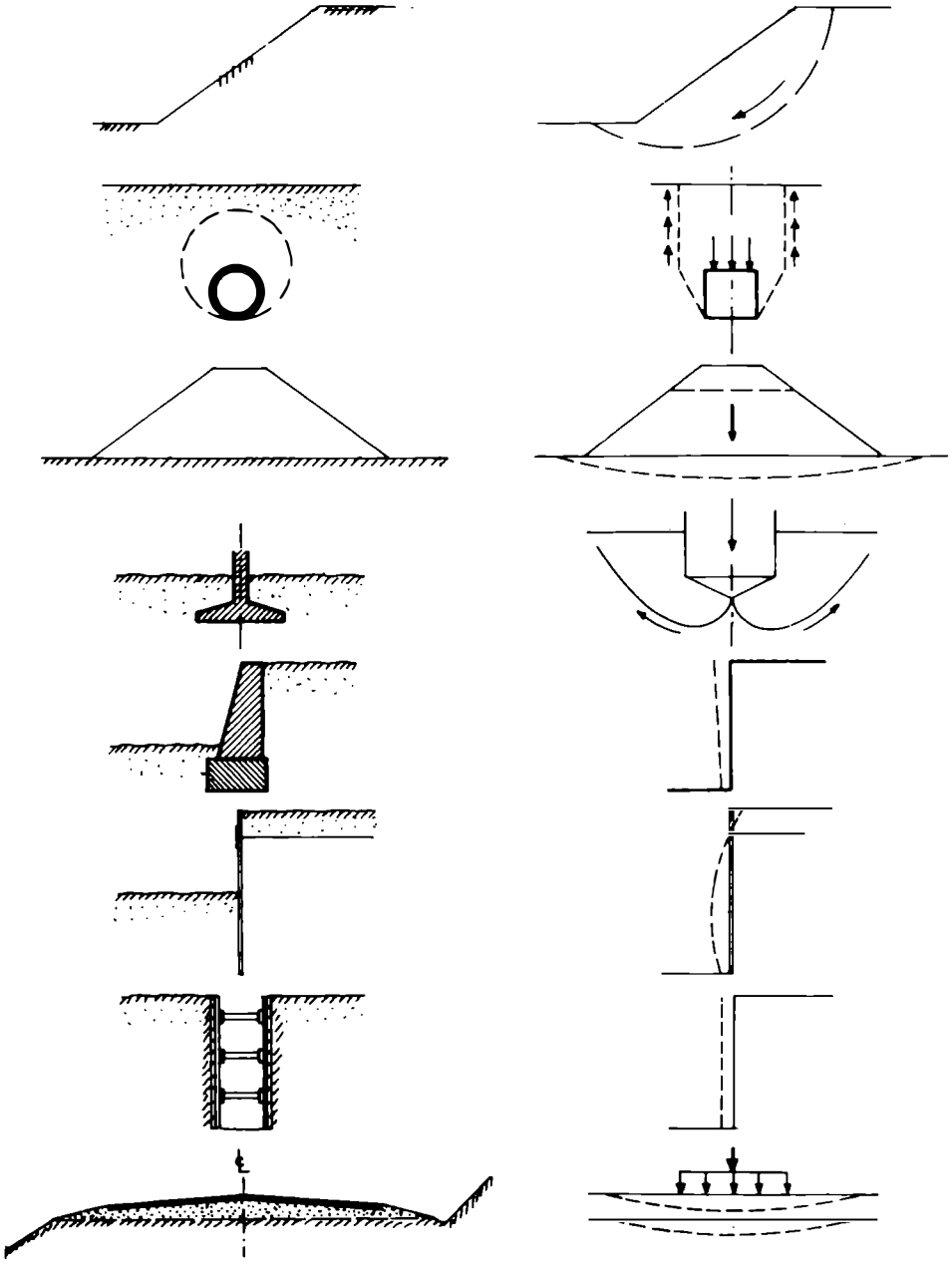


Fig. 1-1d

Karl Terzaghi (1883-1963)
Fig. 1-2

1-8 Karl Terzaghi

O Prof. Karl Terzaghi (Fig. 1-2), considerado o principal criador da Mecânica dos Solos, nasceu em Praga, na Tcheco-Eslováquia, em 2 de outubro de 1883, tendo falecido aos 80 anos de idade, no dia 25 de outubro de 1963, na cidade de Winchester, nos Estados Unidos. Educado na Áustria, doutorou-se em Tecnologia em 1912. Em 1925 publicou o seu famoso livro "Erdbaumechanik, já citado. É ainda, autor de mais de duas centenas de trabalhos e detentor de vários prêmios e honrarias. Os seus livros constituem verdadeiros marcos no desenvolvimento da Engenharia.

São bem conhecidas as suas numerosas investigações, teorias e técnicas para aplicação de método científicos ao projeto e construção de fundações e obras de terra.

Esteve várias vezes no Brasil como consultor de grandes obras. Numa de suas viagens, em 1947, proferiu conferências e concedeu uma entrevista à revista "Concreto", as quais tiveram grande repercussão. Referindo-se à Mecânica dos Solos do Brasil, afirmou que: "Estudar e descobrir as intrincadas propriedades dos solos residuais* é a tarefa dos engenheiros brasileiros".

O Prof. Terzaghi dedicou toda sua vida de pesquisador, consultor e professor ao desenvolvimento da Mecânica dos Solos. Se, como certa vez disse Terzaghi, "... there is no glory in the foundations", dizemos nós que sua vida foi uma glória para a Engenharia de Fundações.

1-9 Definição, Objetivo, Problemas e Vinculações com as Demais Ciências

No livro *Theoretical Soil Mechanics*, assim *define* a Mecânica dos Solos o Prof. Terzaghi:

"A Mecânica dos Solos é a aplicação das leis da mecânica e da hidráulica aos problemas de engenharia relacionados com os sedimentos e outros depósitos não consolidados de partículas sólidas produzidas pela desintegração mecânica ou química das rochas, prescindindo do fato de conterem ou não elementos constituídos por substâncias orgânicas".

Diz ele ainda: "Em geologia esses depósitos denominam-se *manto* ou *regolito*. O termo *solo* se reserva para a capa superior desagregada, que mantém as plantas. Por outra parte, em engenharia civil, o material que o geólogo denomina manto, é vulgarmente conhecido como solo ou terra".

O *objetivo* da Mecânica dos Solos é substituir, por métodos científicos, os métodos empíricos de projeto, aplicados, no passado, na engenharia de fundações e obras de terra.

---

* Veja-se do Engº Dr. Paulo Teixeira da Cruz, o valioso trabalho de pesquisa sobre *Propriedades de engenharia de solos residuais compactados* (Vol. 1 – 1967 e Vol. 2 – 1969; Escola Politécnica da U.S.P.), bem como estudos do Prof. Milton Vargas, referentes a solos residuais encontrados em regiões do sul do país.

Atentos aos *problemas* que ela estuda, relacionados com a investigação do tipo dos grãos, com as condições em que ocorrem os solos e com o seu comportamento quando sujeitos a ações externas, e tendo presente, ainda, suas aplicações à técnica das construções, quer das obras de terra, quer das fundações, pode-se dizer que a Mecânica dos Solos depende de todas as ciências básicas da engenharia civil e *vincula-se*, diretamente com a Mecânica dos Fluidos, a Reologia e a Resistência dos Materiais.

1-10 Problemas de Deformação e Ruptura dos Solos

Os problemas que se apresentam no projeto e execução das fundações e obras de terra, distinguem-se em dois tipos fundamentais: os que se referem a *deformações* do solo e os que consideram a *ruptura* de uma massa de solo.

O primeiro, abrange o estudo dos recalques das obras e, o segundo, envolve as questões relativas à capacidade de carga do solo, estabilidade de maciços terrosos e empuxos de terra.

Quanto às pertinentes *investigações de laboratório*, a Fig. 1-2*a* esquematiza, segundo Lambe, os tipos mais comuns de ensaios utilizados para o estudo do comportamento tensão-deformação dos solos, lembrando que, na realidade, existe uma enorme variedade de maneiras de aplicar esforços e produzir deformações.

ENSAIO	COMPRESSÃO ISOTRÓPICA	ADENSAMENTO	COMPRESSÃO TRIAXIAL	CISALHAMENTO DIRETO
CONDIÇÕES BÁSICAS	$\sigma_1 = \sigma_3$	DEFORMAÇÃO HORIZONTAL NULA	$\Delta\sigma_a$ σ_c σ_c CONSTANTE APLICANDO $\Delta\sigma_a$	V H V CONSTANTE, APLICANDO H
TIPO DE DEFORMAÇÃO	VOLUMÉTRICA	VOLUMETRICA PRINCIPALMENTE EMBORA COM ALGUMA DISTORÇÃO	DISTORÇÃO E VOLUMÉTRICA	DISTORÇÃO PRINCIPALMENTE COM CERTA DEFORMAÇÃO VOLUMÉTRICA
FINALIDADE	ESTUDO DE DEFORMAÇÕES VOLUMÉTRICAS PURAS	MUITO SIMPLES; APROXIMA-SE DAS CONDIÇÕES DE CAMPO	O ENSAIO MAIS UTILIZADO PARA ESTUDOS TENSÃO-DEFORMAÇÃO E PROPRIEDADES DE RESISTÊNCIA	ENSAIO SIMPLES PARA DETERMINAR A RESISTÊNCIA AO CISALHAMENTO

Fig. 1-2a

Todas essas questões são de grande importância prática e, delas nos ocuparemos oportunamente.

Observe-se que em seu excelente livro, *Foundations of Theoretical Soil Mechanics* (1966), Harr enfeixa toda a matéria exposta, em duas partes, na primeira, trata da "compressibilidade dos solos" e, na segunda, da "estabilidade de estruturas de solos", destacando, assim, os dois problemas básicos da Mecânica dos Solos.

1-11 Congressos e Simpósios

Volta-se a fazer referência aos Congressos, dado que os seus *Proceedings* permitem, pelos trabalhos neles contidos, aferir o desenvolvimento extraordinário da Mecânica dos Solos em quase todas as partes do mundo.

O I Congresso foi realizado em Cambridge, nos Estados Unidos (1936), tendo sido seu organizador o renomado engenheiro e professor Arthur Casagrande.

Fig. 1-3
Arthur Casagrande
Nascido em 28/8/1902 e educado na Áustria, faleceu em 6/9/1981

No II Congresso, em Rotterdam (Holanda, 1948), foi votado o estatuto para organização da *Associação Internacional de Mecânica dos Solos e Fundações*

Os demais Congressos Internacionais tiveram lugar em: Zurique (Suíça, 1953), Londres (1957), Paris (1961), Montreal (Canadá, 1965) e México (1969). O VIII foi na União Soviética (Moscou), em 1973. Neste ano, ainda, foi realizado na Turquia, em Istambul, um seminário internacional sob o título *Terzaghi Memorial Lectures*. O IX Congresso foi no Japão, em 1977, o X na Suécia, em 1981 e o XI em San Francisco, EUA, em 1985.

Vários outros Congressos e Simpósios têm sido realizados sobre diferentes temas de Mecânica dos Solos e suas aplicações. Entre eles, registre-se a *Purdue Conference on Soil Mechanics*, em 1940, na qual foi estudado o problema do ensino da Mecânica dos Solos nas escolas de engenharia. É de se assinalar, também, os Congressos Europeus de Mecânica dos Solos e Fundações, dos quais, o *Quinto* (referente a "Estruturas submetidas a forças laterais"), teve lugar em Madrid, em 1972.

Destacam-se, ainda, os Congressos *Pan-Americanos de Mecânica dos Solos e Engenharia de Fundações*, realizados, em 1959 na Cidade do México, em 1963, no Brasil, em 1967, em Caracas, na Venezuela, em 1971, em San Juan de Porto Rico, em 1975, em Buenos Aires, em 1979, em Lima (Peru), em 1983 no Canadá e em 1987 na Colombia.

Entre nós, foram realizados oito *Congressos Brasileiros de Mecânica dos Solos:* em Porto Aletre (1954), Recife e Campina Grande (1958), Belo Horizonte (1966), Rio de Janeiro (1970), São Paulo (1974), Rio de Janeiro (1978), Recife (1982) e Porto Alegre (1986).

O Congresso de Porto Alegre (de 54) reuniu não só especialistas brasileiros, como portugueses, argentinos e espanhóis. Entre os portugueses assinale-se a presença do Engº Manuel Rocha, então Diretor do Laboratório Nacional de Engenharia Civil,* de Lisboa

* Em 1972 este famoso Laboratório comemorou o seu 25º aniversário.

– um modelo de laboratório –, que tivemos o privilégio de conhecer, em 1960, por ocasião das "Primeiras Jornadas Luso-Brasileiras de Engenharia Civil". As "Segundas Jornadas" tiveram lugar no Brasil em 1967, e as "Terceiras", em Moçambique e Angola, em 1971.

Nos Congressos e Reuniões sobre estradas, numerosas têm sido, também, as contribuições sobre geotécnica rodoviária. Entre nós, vejam-se, por exemplo, os Anais das *Reuniões das Administrações Rodoviárias* (RAR); dos *Simpósios sobre Pesquisas Rodoviárias* (promovidos pelo IPR); das *Reuniões Anuais de Pavimentação* (promovidas pela Associação Brasileira de Pavimentação); e os *Anais dos Seminários promovidos pela COPPE*.

1-12 A Mecânica dos Solos no Brasil

Com relação ao *início e ao desenvolvimento das atividades brasileiras no campo da Mecânica dos Solos e Suas Aplicações*, veja-se o excelente *Apanhado sobre a História da Mecânica dos Solos no Brasil* escrito em 1970, quando das comemorações do XX Aniversário da Associação Brasileira de Mecânica dos Solos (ABMS),* e de autoria de A. D. Ferraz Napoles Neto. Vejam-se, ainda, os seguintes textos publicados por ocasião do 30º aniversário da ABMS: *Um panorama histórico da Mecânica dos Solos no Brasil* – Prof. Milton Vargas ("Tópicos de Geomecânica" Nº 38 – 1981), *A contribuição do Rio de Janeiro à Mecânica dos Solos no Brasil* – Prof. Fernando Emmanuel Barata ("Cadernos do Clube de Engenharia" – Volume nº 7 – 1980) e *Discursos* dos Profs. Dirceu A. Velloso e A. J. da Costa Nunes ("Clube de Engenharia" – 1980).

Fig. 1-4
Icarahy da Silveira
(Goiano, 1912-1975)

Finalizando esta introdução, diremos que a *bibliografia brasileira* referente à Mecânica dos Solos e suas aplicações às fundações e obras de terra, já é bastante extensa, tornando-se, assim, difícil, senão mesmo impossível, mencionar os nomes e os trabalhos de quantos entre nós se têm ocupado desses assuntos.

Registraremos apenas, dentre alguns de saudosa memória e pelas suas relevantes contribuições, os nomes ilustres dos Professores: Jeronymo Monteiro Filho (falecido em 1962), Icarahy da Silveira (Fig. 1-4), Felippe dos Santos Reis (carioca, 1895-1977); eminente engenheiro, matemático, filósofo e católico fervoroso) e Rufino de Almeida Pizarro (1903-1987; um dos precursores do ensino da Mecânica dos Solos no seu Curso de Materiais de Construção, Tecnologia e Processos Gerais das Construções, na UFRJ).

---

* Esta Associação instituiu em reconhecimento aos que têm oferecido "contribuição notável ao ensino e à pesquisa da Mecânica dos Solos, no Brasil", o ***Prêmio Terzaghi***, o qual, no biênio 1968/1970, foi outorgado ao Autor deste livro, o que lhe constitui motivo de honra e de incentivo.

Origem e Formação dos Solos. Pedologia. Composição Química e Mineralógica

Capítulo 2

2-1 Origem e Formação dos Solos

Os solos são materiais que resultam do *intemperismo* ou *meteorização* das rochas*, por desintegração mecânica ou decomposição química.

Por desintegração mecânica, através de agentes como água, temperatura, vegetação e vento, formam-se os *pedregulhos* e *areias* (solos de partículas grossas) e até mesmo os *siltes* (partículas intermediárias), e, somente em condições especiais, as *argilas* (partículas finas).

Por decomposição química entende-se o processo em que há modificação química ou mineralógica das rochas de origem. O principal agente é a água e os mais importantes mecanismos de ataque são a oxidação, hidratação, carbonatação e os efeitos químicos da vegetação. As argilas representam o último produto do processo de decomposição.

Normalmente esses processos atuam simultaneamente; em determinados locais e condições climáticas, um deles pode ter predominância sobre o outro. O solo é, assim, uma função da *rocha-mater* e dos diferentes agentes de alteração. Os que mantém uma nítida macroestrutura herdada da rocha da origem, são designados por *solos saprolíticos*.

2-2 Pedologia

Assim se denomina, como já nos referimos, a ciência que tem por objeto o estudo das camadas superficiais da crosta terrestre, em particular a sua formação e classificação, levando em conta a ação de agentes climatológicos. Deve-se a origem dessa ciência a um grupo de agrônomos e geólogos russos. Efetivamente, é de maior interesse para a Agro-

* Para um estudo sumário sobre as *rochas*, veja-se Vol. 2, Cap. 1.

nomia. No que se refere ao estudo da umidade dos solos, mostra-se de interesse nos estudos de pavimentação.

Segundo os pedologistas, a formação de um solo s é função da rocha de origem (r), da ação dos organismos vivos (o), do clima (cl), da fisiografia (p) e do tempo (t), podendo-se, então, escrever que:

$$s = f(r, o, cl, p, t).$$

Em Pedologia, as camadas que constituem um *perfil* são denominadas *horizontes* e designam-se pelas letras A (camada superficial), B (subsolo) e C (camada profunda). Esses horizontes, que se diferenciam pela cor e composição química, são ainda subdivididos em outros: $A_0, A_1, \ldots B_1, B_2 \ldots$

De acordo com o critério pedológico, os solos classificam-se em três divisões: *zonais* ou *climatogênicos*, *intrazonais* e *azonais*.

Como exemplo dos primeiros cita-se o grupo *laterítico*, característico de clima quente e úmido, e muito conhecido entre nós por sua enorme ocorrência. Suas propriedades principais são: baixa plasticidade, pouca expansibilidade e baixa fertilidade.

2-3 Solos Residuais, Sedimentares e de Formação Orgânica

Solos residuais (ou *autóctones*) – São os que permanecem no local da rocha de origem, observando-se uma gradual transição do solo até a rocha.

Dentre os solos residuais merecem destaque os *solos lateríticos*, os *expansivos* (como o "massapê" da Bahia) e os *porosos* (ex.: solos de Brasília). Estes últimos são assim denominados pelo fato de sua porosidade ser extremamente elevada; na literatura estrangeira designam-se por "solos colapsíveis", pois em determinadas condições de umidade sua estrutura quebra-se, dando origem a elevados recalques das obras que assentam sobre eles.

Aspectos teóricos, experimentais e práticos, referentes aos solos expansivos e colapsíveis, são objetivamente abordados na 2ª edição do conhecido e excelente livro de Tschebotarioff.

Solos sedimentares (ou *alotóctones*) – São os que sofrem a ação de agentes transportadores, podendo ser *aluvionares* (quando transportados pela água), *eólicos* (quando pelo vento), *coluvionares** (pela ação da gravidade) e *glaciares* (pelas geleiras).

As texturas desses solos variam com o tipo de agente transportador e com a distância de transporte.

Solos de formação orgânica – São os de origem essencialmente orgânica, seja de natureza vegetal (plantas, raízes), seja animal (conchas).

Solos brasileiros – Sobre a origem, distribuição e características gerais dos solos brasileiros, valiosos foram os estudos do Engº Carlos Eduardo Picone, consignados no "mapa generalizado de solos do Brasil, com aplicação à engenharia", em particular à construção de estradas e aeroportos ("Revista Politécnica" – julho/agosto de 1951).

---

* Distinguem-se os solos "coluvionares" e de "tálus". Estes são predominantemente granulares, enquanto aqueles apresentam também uma certa porcentagem de finos. Tais solos ocorrem no sopé de encostas íngremes. São responsáveis por muitos escorregamentos em trechos de serras.

Alguns tipos de solos são conhecidos por suas designações populares. Assim, no Estado de São Paulo, a *terra-roxa* é um solo laterítico, de cor marrom-avermelhada, de grande importância para a cultura do café. No Recôncavo Baiano encontramos o *massapê*, que é um solo residual, não-laterítico, de cor escura, muito fértil, apresentando comportamento peculiar do ponto de vista geotécnico.

O Prof. Hernani Sávio Sobral, da Universidade da Bahia, em seu excelente estudo sobre os massapês, classifica-os como *solos margalíticos* (nome proveniente de formações geológicas denominadas *margas*) e os define como "solos pretos, escuros, cinzas ou claros, muito argilosos, que fissuram quando secos e tornam-se viscosos quando molhados; ricos em óxidos alcalinos, com concreções calcárias dispostas em camadas ou dispersas no perfil caracterizados pela presença de um argilo-mineral do grupo das montmorilonitas".

Os Anais do Seminário (1969) sobre "Propriedades Mecânicas dos Solos Residuais", do "Simpósio Brasileiro de Solos Tropicais em Engenharia" (1981), publicados pela COPPE – UFRJ e do "1º Congresso Internacional de Geomecânica dos Solos Tropicais, Laterítico e Saprolítico (Brasília, 1985)", divulgam importantes contribuições acerca da origem, natureza e comportamento dos solos brasileiros.

2-4 Composição Química e Mineralógica dos Solos

Os minerais* encontrados nos solos são os mesmos das rochas de origem (minerais primários), além de outros que se formam na decomposição (minerais secundários).

Quanto à composição química dos principais minerais componentes dos *solos grossos*, grupamo-los em:

silicatos – feldspato, mica, quartzo, serpentina, clorita, talco;
óxidos – hematita, magnetita, limonita;
carbonatos – calcita, dolomita;
sulfatos – gesso, anidrita.

---

* Um mineral é uma substância inorgânica e natural, com composição química e estrutura definidas. Das suas propriedades físicas de maior interesse para o engenheiro, destacam-se a densidade e a dureza.

Para a maioria dos minerais não-metálicos a ***densidade*** varia entre 2,65 e 2,85; para minerais de ferro, como a magnetita, o seu valor é 5,2.

A ***dureza*** de um mineral refere-se, por comparação, ao número indicativo da conhecida ***escala de Mohs***, onde um elemento risca todos os precedentes e é riscado pelos subseqüentes:

1 – Talco laminar 2 – Gesso cristalizado	riscados pela unha
3 – Calcita 4 – Fluorita	riscados pelo aço
5 – Apatita 6 – Ortósia 7 – Quartzo 8 – Topázio 9 – Corindon 10 – Diamante	riscam o vidro

Os *feldspatos* são silicatos duplos de Al e de um metal alcalino ou alcalino-terroso (K, Na ou Ca). Os principais são: *ortoclasita*, *anortita* e *albita*. Há, ainda, combinações dos dois últimos, chamados *plagioclásios*.

Os feldspatos sofrem decomposição mais ou menos acentuada pelos agentes da natureza; pela ação da água carregada de CO_2 é característica a alteração em argila branca, denominada *caulim*.

As *micas* são, geralmente, ortossilicatos de Al, Mg, K, Na ou Li e, mais raramente, de Mn e Cr. Distinguem-se imediatamente por suas delgadas lâminas flexíveis e por sua clivagem extremamente fácil. Os principais tipos são a *muscovita* (mica branca) e a *biotita* (mica preta).

Nos solos, as micas aparecem sob a forma de pequenas escamas brilhantes, conferindo-lhes um brilho característico, e as cores as mais variadas e vivas.

O *quartzo* é o mais importante dos minerais do grupo dos silicatos. Sua composição química é SiO_2, sílica cristalina pura. Os seus cristais apresentam a forma de um prisma hexagonal tendo, nas suas bases, pirâmides hexagonais (Fig. 2.1).

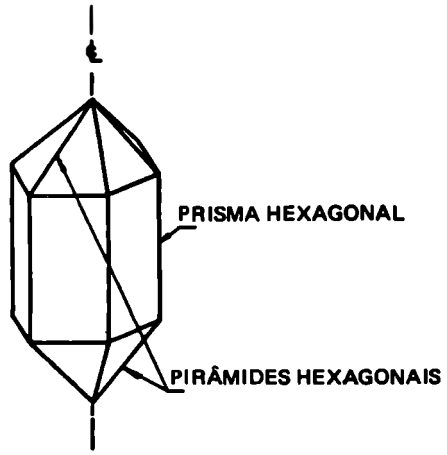


Fig. 2-1

São facilmente identificados macroscopicamente. Devido à sua estabilidade química e dureza, é um dos minerais mais resistentes aos habituais agentes de intemperismo, tais como a água e a variação de temperatura; por isso, passa quase que incólume da rocha aos solos.

O quartzo apresenta-se também em formas amorfas, como é o caso da *opala*.

Dentre os silicatos incluem-se ainda a *serpentina* (que dá origem à rocha de mesmo nome), a *clorita* e o *talco*; os dois primeiros de tonalidades verdes e, o último, branco ou branco-esverdeado.

A *hematita* (Fe_2O_3), a *magnetita* (Fe_3O_4) e a *limonita* ($Fe_2O_3 \cdot H_2O$) são os principais minerais entre os óxidos de ferro.

No grupo dos carbonatos, os mais importantes minerais são a *calcita* (CO_3Ca) e a *dolomita* [$(CO_3)_2CaMg$]. Embora tenham propriedades físicas semelhantes, a dolomita

difere da calcita pela sua maior dureza e fraca reação (mesmo quando pulverizada) em contato com o HCl.

Dentre os sulfatos citam-se o *gesso* ($SO_4Ca \cdot 2H_2O$) e a *anidrita* (SO_4Ca), os quais se diferenciam pelo teor da "água estrutural" e, conseqüentemente, pelos valores da densidade e da dureza.

Entre os *solos finos** as argilas apresentam uma complexa constituição química. A sua análise revela serem constituídas basicamente de sílica SiO_2 em forma coloidal e sesquióxidos metálicos da forma geral R_2O_3, onde o símbolo R refere-se ao Al e ao Fe. A razão (em peso) $SiO_2/R_2O_3 = SiO_2/(Al_2O_3 + Fe_2O_3)$, chamada *razão de sesquióxidos*, varia de 1,33 a 2,00 para os solos lateríticos, sendo maior que 2,00 para os solos não-lateríticos.

Laterização ou *latolização* – Assim se denomina o processo característico de regiões tropicais de clima úmido e estações chuvosas e secas alternadas, segundo o qual, por lixiviação**, processa-se a remoção da sílica coloidal, e o enriquecimento dos solos e rochas em ferro e alumina.

2-5 Minerais Argílicos

As pesquisas roentgenográficas das argilas revelam, apesar da aparência amorfa do conjunto, que elas são constituídas de pequeníssimos minerais cristalinos, chamados *minerais argílicos*, dentre os quais distinguem-se três grupos principais: caolinitas, montmorilonitas e ilitas.

As estruturas dos minerais argílicos compõem-se do agrupamento de duas unidades cristalográficas fundamentais. Uma, com a configuração de um tetraedro (Fig. 2-2), formado por um átomo de silício eqüidistante de quatro de oxigênio e, a outra, representada por um octaedro (Fig. 2-3) com um átomo de alumínio no centro envolvido por seis de oxigênio, ou grupos de oxidrilas OH. Nas mesmas figuras indicamos a representação simbólica de cada unidade (trapézio ou retângulo).

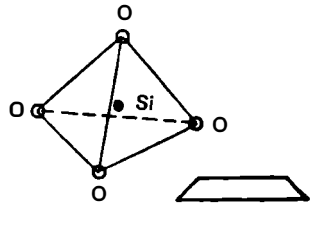


Fig. 2-2

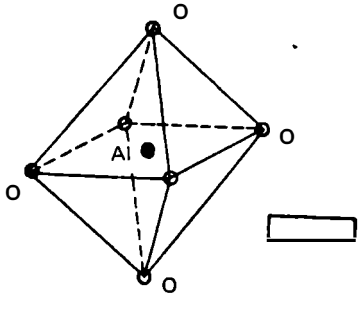


Fig. 2-3

* O termo "finos" é aplicado aos materiais com dimensões menores que 0,074 mm.

** *Lixiviação*, sabe-se de Química, é a operação pela qual se extrai determinado constituinte de um material, fazendo-se circular água através dele.

A associação entre si, desses elementos, forma as diversas espécies de minerais argílicos (Fig. 2-4).

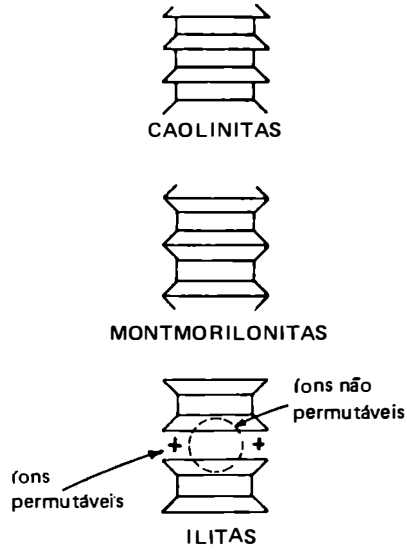


Fig. 2-4

As *caolinitas* ($Al_2O_3 \cdot 2SiO_2 \cdot 2H_2O$ ou $H_4Al_2Si_2O_9$) são formadas por unidades de silício e alumínio, que se unem alternadamente, conferindo-lhes uma estrutura rígida. Em conseqüência, as argilas caolinísticas são relativamente estáveis em presença da água.

As *montmorilonitas* [$(OH)_4Si_8Al_4O_{20}nH_2O$] são estruturalmente formadas por uma unidade de alumínio entre duas unidades de silício. A ligação entre essas unidades, não sendo suficientemente firme para impedir a passagem de moléculas de água, torna as argilas montmorilonísticas muito expansivas e, portanto, instáveis em presença da água.

As *ilitas* [$(OH)_4K_y(Si_{8-y} \cdot Al_y)(Al_4Fe_4Mg_4Mg_6)O_{20}$] são estruturalmente análogas às montmorilonitas, sendo porém menos expansivas.

Na sua fórmula química, y é geralmente igual a 1,5. Para as micas, $y = 2$.

A presença de um determinado mineral argílico em um solo pode ser identificada, entre outros métodos, pela *análise termodiferencial* (veja-se, por exemplo, de Yvonne Stourdzé Visconti – *Argilas e Minerais Afins*, 1951).

2-6 Superfície Específica

Denomina-se *superfície específica s* de um solo, a soma das superfícies de todas as partículas contidas na unidade de volume (ou de peso) do solo.

Imaginando-se uma partícula de forma cúbica, com 1 cm de aresta, e subdividindo-a, decimalmente, em cubos cada vez menores, poderemos organizar o Quadro 2.1 de valores.

Quadro 2-1

Aresta	Volume total	Nº de cubos	Área total	Superfície específica (s)
1 cm	1 cm^3	1	6 cm^2	6 cm^2/cm^3
1 mm = 10^{-1} cm	1 cm^3	10^3	60 cm^2	6 x 10 cm^2/cm^3
0,1 mm = 10^{-2} cm	1 cm^3	10^6	600 cm^2	6 x 10^2 cm^2/cm^3
0,01 mm = 10^{-3} cm	1 cm^3	10^9	6 000 cm^2	6 x 10^3 cm^2/cm^3
0,001 mm = 1 μ = 10^{-4} cm	1 cm^3	10^{12}	60 000 cm^2 = 6 m^2	6 x 10^4 cm^2/cm^3

Para o caso de uma partícula esférica, teríamos:

$$s = \frac{4\pi r^2}{\frac{4}{3}\pi r^3} = \frac{3}{r}\ (cm^2/cm^3)$$

igual a 3 cm^2/cm^3, se $r = 1$ cm; 30 cm^2/cm^3, se $r = 0{,}1$ cm; 300 cm^2/cm^3, se $r = 0{,}01$ cm; e assim por diante.

Conclui-se desse modo que, quanto mais fino o solo, maior a sua superfície específica, o que constitui uma das razões da diferença entre as propriedades físicas dos solos arenosos e argilosos.

Para os minerais argílicos, as superfícies específicas assumem os valores:

Caolinita	10 m^2/g
Ilita	80 m^2/g
Montmorilonita	800 m^2/g

Propriedades das Partículas Sólidas do Solo

Capítulo 3

3-1 Natureza das Partículas

No que diz respeito à *natureza* das partículas, vimos que o solo é constituído por grãos minerais, podendo conter matéria orgânica. As frações grossas são predominantemente de grãos silicosos, enquanto os minerais que ocorrem nas frações argilosas pertencem aos três grupos principais: caolinita, montmorilonita e ilita.

3-2 Peso Específico das Partículas

O *peso específico das partículas* (γ_g) de um solo é, por definição:

$$\gamma_g = \frac{P_s}{V_s}$$

ou seja, o peso da substância sólida por unidade de volume.

Densidade relativa (δ) das partículas é a razão entre o peso da parte sólida e o peso de igual volume de água pura a 4°C. Uma vez que, como é evidente, $\delta = \frac{\gamma_g}{\gamma_a}$ onde $\gamma_a = 1\ g/cm^3$ é o peso específico da água a 4°C, tem-se que: $\gamma_g = \delta\,\gamma_a$.

Assim, δ e γ_g são expressos pelo mesmo número, sendo que δ é adimensional e γ_g tem dimensão. Por exemplo, a densidade relativa do quartzo é 2,67 e o seu peso específico 2,67 g/cm^3.

Conquanto o valor de δ dependa do constituinte mineralógico da partícula, para a maioria dos solos seu valor varia entre 2,65 e 2,85; diminui para os solos que contêm elevado teor de matéria orgânica e cresce para solos ricos em óxidos de ferro. O seu conhecimento é necessário para ensaios posteriores.

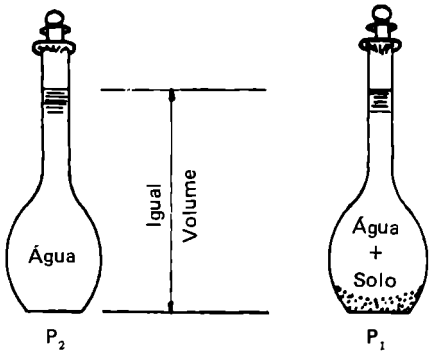


Fig. 3-1

Sua determinação, feita pelo clássico método do picnômetro (Fig. 3-1), resume-se na aplicação da seguinte fórmula:

$$P_1 - P_s = P_2 - P_s \frac{\delta_{aT}}{\delta}$$

ou:

$$\delta = \frac{P_s \cdot \delta_{aT}}{P_s + P_2 - P_1}$$

onde:

P_1 = peso do picnômetro, solo e água
P_2 = peso do picnômetro com água pura
P_s = peso do solo seco
δ_{aT} = densidade da água à temperatura T °C do ensaio (vide, por exemplo, D. W. Taylor – *Fundamentals of Soil Mechanics*, pág. 25).

O processo do picnômetro é adotado pela ABNT em seu MB-28.

3-3 Forma das Partículas

A *forma* das partículas dos solos tem grande influência sobre suas propriedades. Distinguem-se, principalmente, as seguintes formas:

a) Partículas *arredondadas* ou, mais exatamente, com forma poliédrica. São as que predominam nos pedregulhos, areias e siltes.

b) Partículas *lamelares*, isto é, semelhantes a lamelas ou escamas. São as que se encontram nas argilas.

Esta forma das partículas das argilas responde por algumas de suas propriedades, como, por exemplo, a compressibilidade e a plasticidade, esta última, uma das suas características mais importantes. As areias que contêm uma porcentagem acentuada de mica, tornam-se, por isso, muito elásticas.

c) Partículas *fibrilares*, característica dos solos turfosos.

3-4 Atividade da Superfície dos Solos Finos

As investigações sobre as propriedades das frações muito finas dos solos, mostram que a superfície da partícula sólida possui uma carga elétrica negativa, cuja intensidade depende primordialmente de suas características mineralógicas; as atividades físicas e químicas decorrentes dessa carga superficial constituem a chamada *atividade da superfície* do mineral. Dos três grupos de minerais argílicos, as caolinitas são as menos ativas e as montmorilonitas as mais ativas.

Segundo Skempton a *atividade* dos solos define-se pela razão $A = \dfrac{IP}{\% < 0{,}002\ \text{mm}}$ entre o "índice de plasticidade" *IP* (definido adiante) e a porcentagem em peso de partículas menores que 0,002 mm. Em função do seu valor as argilas classificam-se em *inativas* se $A < 0{,}75$, *normais* se $0{,}75 < A < 1{,}25$ e *ativas* se $A > 1{,}25$, sendo as primeiras, freqüentemente, as que se formam nos depósitos em água doce.

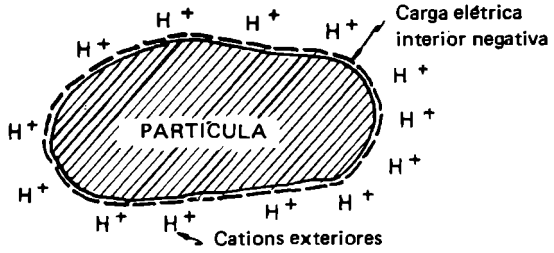


Fig. 3-2

Em contato com a água, cujas moléculas são polarizadas (H^+, OH^-), as partículas sólidas atraem seus íons positivos H^+, formando, assim, uma película de água adsorvida, denominada *camada adsorvida* (Fig. 3-2). Este fenômeno assim se explica: as moléculas de água, pela distribuição assimétrica dos seus átomos (Fig. 3-2*a*), comportando-se como dipolos elétricos, são atraídas pelas partículas de argila, que possuem uma carga elétrica negativa (Fig. 3-2*b*), como mencionado anteriormente.

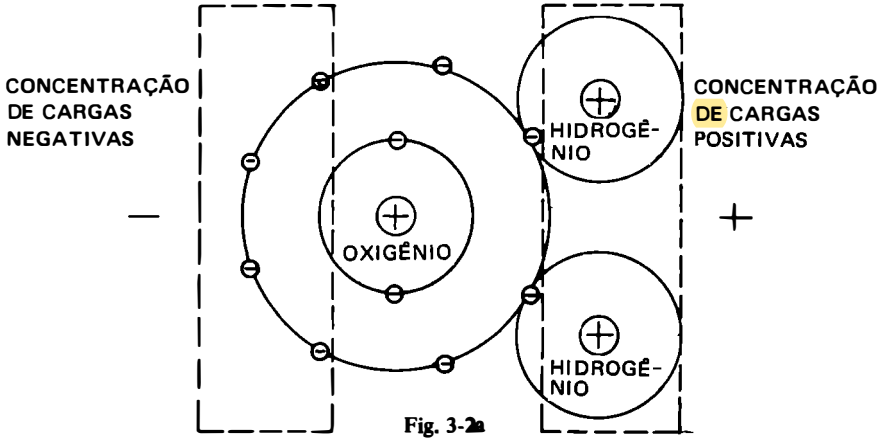


Fig. 3-2a

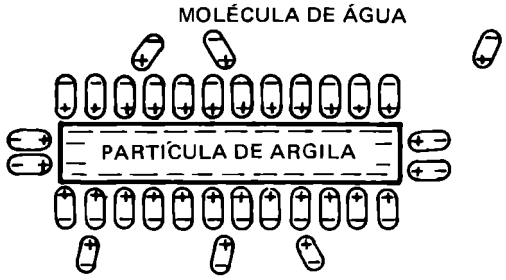


Fig. 3-2b

As propriedades da água adsorvida são diferentes das da água comum, em vista da grande pressão a que está submetida pelas forças eletrostáticas de adsorção; estima-se um valor, da ordem de 20 000 kg/cm² (Winterkorn e Baver). Apresenta-se num estado semi-sólido e com espessuras médias da ordem de 0,005 μ.

Um fenômeno importante, denominado *troca de base*, é o que se refere à faculdade das partículas coloidais permutarem os catíons adsorvidos em sua superfície. Assim, uma argila hidrogenada (argila-H) pode se converter numa argila sódica (argila-Na) por uma constante infiltração de água que contenha em dissolução sais de Na.

Essas trocas constituem o fundamento da estabilização de solos mediante a ação de produtos químicos ou fenômenos eletrosmóticos.

Em um solo, nem todos os catíons adsorvidos são permutáveis; a quantidade que o é define sua *capacidade de troca*.

3-5 Bentonitas

As *bentonitas* são argilas ultra-finas, formadas, em sua maioria, pela alteração química de cinzas vulcânicas. Este material foi descoberto em 1888, em Fort Benton (Estado de Wyoming, EE.UU.).

Em sua composição predomina a montmorilonita, o que explica sua tendência ao inchamento. Graças a esta propriedade, as *injeções de bentonita* são usadas para vedação em barragens e escavações.

3-6 Tixotropia

Trata-se de um fenômeno, constatado pela primeira vez em 1907 e assim designado por Péterfi, ao qual se atribui grande importância no campo da Mecânica dos Solos.

De uma maneira muito simples, Terzaghi e Peck assim explicam a *tixotropia** nos solos: Amassando-se completamente uma amostra da fração muito fina de um solo e, a seguir, deixando-se repousar, a massa adquire, com o tempo, maior resistência coesiva. Esta resistência aumenta, a princípio rapidamente, e a seguir, lentamente. Se a amostra é novamente amassada, mantido o teor de umidade, sua coesão diminui de maneira considerável, porém, deixando-se outra vez em repouso, torna a recuperar seu valor.

* Do grego *thixis* (contato) e *trepo* (mudar).

Este fenômeno se conhece com o nome de "tixotropia". A perda e o conseqüente retorno da resistência coesiva parecem ser devidos a destruição e conseqüente reordenação da estrutura molecular das camadas adsorvidas.

A bentonita é um material que exibe propriedades tixotrópicas.

As "lamas tixotrópicas" – ou sejam, suspensões em água desta argila especial, que é a bentonita – são muito empregadas nas perfurações para petróleo, fundações profundas, cortinas enterradas etc.

3-7 Granulometria

Segundo as dimensões das suas partículas e dentro de determinados limites convencionais, as "frações constituintes" dos solos recebem designações próprias que se identificam com as acepções usuais dos termos. Essas frações, de acordo com a escala granulométrica brasileira (ABNT), são: *pedregulho* – conjunto de partículas cujas dimensões (*diâmetros equivalentes*) estão compreendidas entre 76 e 4,8 mm; *areia*, entre 4,8 e 0,05 mm; *silte*, entre 0,05 e 0,005 mm; *argila*, inferiores a 0,005 mm. Na Fig. 3-3 indicamos as duas escalas granulométricas: a da ABNT e a da AASHO, esta muito usada para fins rodoviários.

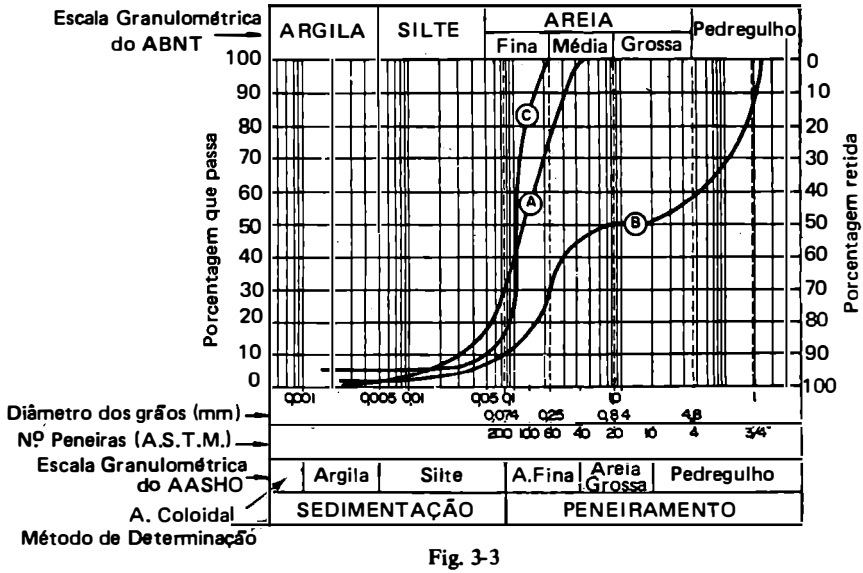


Fig. 3-3

A *análise granulométrica*, ou seja, a determinação das dimensões das partículas do solo e das proporções relativas em que elas se encontram, é representada, graficamente, pela *curva granulométrica*. Esta curva (Fig. 3-3) é traçada por pontos em um diagrama semi-logarítmico, no qual, sobre o eixo das abscissas, são marcados os logarítmos das dimensões das partículas e sobre o eixo das ordenadas as porcentagens, em peso, de material que tem dimensão média menor que a dimensão considerada.

O diagrama adotado, além de representar melhor a parte do solo de granulação fina, é tal que a forma da curva é a mesma para os solos que têm composição granulométrica semelhante, ainda que as dimensões das partículas difiram.

Segundo a forma da curva podemos distinguir os diferentes *tipos de granulometria*. Assim, teremos uma granulometria *contínua* (curva *A*) ou *descontínua* (curva *B*); *uniforme* (curva *C*); *bem graduada* (curva *A*) ou *mal graduada*, conforme apresente, ou não, um predomínio das frações grossas e suficiente porcentagem das frações finas. A Fig. 3-4 visualiza, esquematicamente, essas diferentes granulometrias.

Solo bem graduado

Solo de graduação uniforme

Solo de graduação aberta

Fig. 3-4

Definem-se na curva granulométrica, segundo Allen-Hazen, os dois seguintes parâmetros: "diâmetro efetivo" e "grau de uniformidade" (Fig. 3-5).

Diâmetro efetivo d_{ef} é o diâmetro correspondente a 10% em peso total, de todas as partículas menores que ele. Como veremos mais adiante, esse parâmetro fornece uma indicação sobre a permeabilidade das areias usadas para filtros.

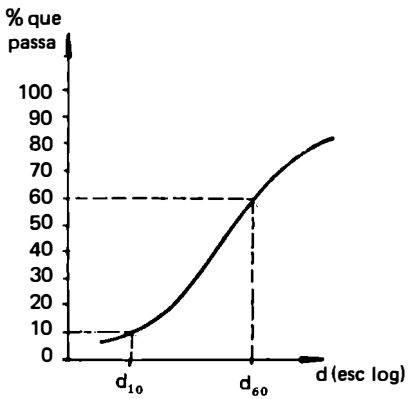


Fig. 3-5

Coeficiente de uniformidade C_u é a razão entre os diâmetros correspondentes a 60% e 10%, tomados na curva granulométrica.

$$C_u = \frac{d_{60}}{d_{ef}}$$

Esta relação indica, na realidade, "falta de uniformidade", pois seu valor diminui ao ser mais uniforme o material. Consideram-se de granulometria *muito uniforme* os solos com $C_u < 5$, de *uniformidade média* se $5 < C_u < 15$ e *desuniforme*, quando $C_u > 15$.

Define-se ainda, complementarmente, o *coeficiente de curvatura* do solo:

$$C_c = \frac{(d_{30})^2}{d_{60} \times d_{10}}$$

onde d_{30} é o diâmetro correspondente a 30%. Para solos bem graduados seu valor está compreendido entre 1 e 3.

Além da curva granulométrica, poderíamos, também, traçar um *histograma* do solo, ou seja, a curva representativa da freqüência com que se apresentam partículas entre determinadas dimensões.

A análise granulométrica de um solo cujas partículas têm dimensões maiores que 0,074 mm (peneira nº 200 da A.S.T.M.) é feita pelo processo comum do *peneiramento*.

Toma-se um peso P de uma amostra de solo seco e submete-se a um peneiramento; em seguida tomam-se os pesos das porções retidas nas diversas peneiras: $P_1, P_2, P_3, \ldots$ ou, expressos em porcentagens do peso total:

$$(P_1/P) \times 100,\ (P_2/P) \times 100,\ (P_3/P) \times 100, \ldots$$

Somando essas porcentagens têm-se as "porcentagens acumuladas retidas" e tomando o complemento para 100 têm-se as "porcentagens acumuladas que passam".

Assim:

$100 - (P_1/P) \times 100$ é a porcentagem que passa na primeira peneira; $100 - [(P_1/P) + (P_2/P)]\ 100$ é a porcentagem acumulada que passa na segunda peneira; etc.

As aberturas das malhas das *peneiras normais* da A.S.T.M. são, em milímetros, indicadas no Quadro 3-1.

Quadro 3-1

Nº	Abertura mm	Nº	Abertura mm	Nº	Abertura mm
200	0,074	45	0,350	14	1,41
140	0,105	40	0,420	12	1,68
120	0,125	35	0,500	10	2,00
100	0,149	30	0,590	8	2,38
80	0,177	25	0,710	7	2,83
70	0,210	20	0,840	6	3,36
60	0,250	18	1,00	5	4,0
50	0,297	16	1,19	3/16"	4,76

A indicação da peneira refere-se à abertura da malha ou ao número de malhas quadradas, por polegada linear. Na Fig. 3-6 representamos a peneira de 3/16" e a peneira nº 7.

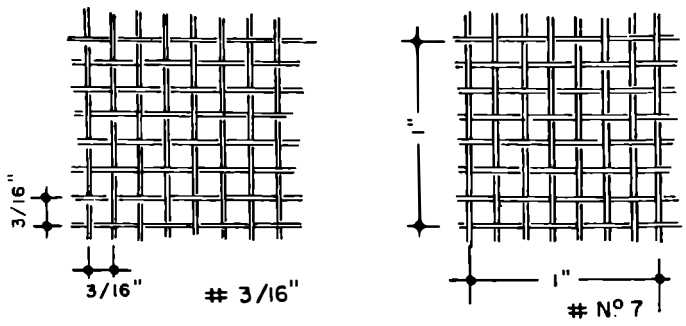


Fig. 3-6

Para os solos finos, isto é, com dimensões menores que 0,074 mm, já não podemos usar o processo do peneiramento, utilizando-se, então, o *método de sedimentação contínua em meio líquido.*

Dentre os diversos métodos de análise por sedimentação, o mais simples é o desenvolvido por Casagrande, freqüentemente usado nos laboratórios de Mecânica dos Solos.

Ele é baseado na lei de Stokes (1850), a qual estabelece uma relação entre o diâmetro da partícula e sua velocidade de sedimentação em um meio líquido de viscosidade e peso específico conhecidos.

A expressão da lei de Stokes é a seguinte:

$$v = \frac{2}{9} \cdot \frac{\gamma_g - \gamma_a}{\eta} \cdot \left(\frac{d}{2}\right)^2 \qquad (1)$$

onde:

η = coeficiente de viscosidade do meio dispersor (varia com a temperatura);
d = "diâmetro equivalente" da partícula, isto é, o diâmetro de uma esfera de mesmo peso específico e que sedimenta com a mesma velocidade;
γ_g = peso específico das partículas do solo;
γ_a = peso específico do meio dispersor;
v = velocidade de sedimentação da esfera.

A lei de Stokes nos dá, assim, o diâmetro equivalente da partícula e não o seu verdadeiro valor.

Tirando o valor de d da equação (1) e expressando-o em milímetros, vem:

$$d = \sqrt{\frac{1800\eta v}{\gamma_g - \gamma_a}}$$

ou:

$$d = \sqrt{A \cdot v} \tag{2}$$

sendo:

$$A = \frac{1800\,\eta}{\gamma_g - \gamma_a}$$

A lei de Stokes é válida apenas para partículas menores que 0,2 mm de diâmetro e maiores que aquelas afetadas pelo movimento browniano, isto é, aproximadamente 0,2 mícron.

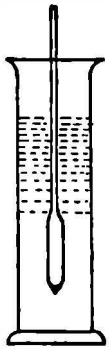


Fig. 3-7

Omitindo, por brevidade, o desenvolvimento teórico, o método de Casagrande consiste, em resumo, no seguinte: das leituras densimétricas (Fig. 3-7), do conhecimento do peso específico das partículas, da temperatura e dos tempos, resulta do ábaco esquematizado na Fig. 3-8 — o qual nada mais é do que a solução nomográfica da equação (2) — os diversos diâmetros d ainda em suspensão, e da fórmula (deduzida da teoria do densímetro):*

* Com efeito, o peso específico da suspensão, escreve-se:

$$\gamma_{sp} = \frac{P_{<d} + \left(V - \frac{P_{<d}}{\gamma_g}\right)\gamma_a}{V} = \frac{P_{<d}}{V\gamma_g}(\gamma_g - \gamma_a) + \gamma_a$$

com $P_{<d}$ o peso das partículas de dimensões menores que d e V o volume da suspensão.

$$P_{\leq d}\,\% = \frac{100}{P_s} \cdot \frac{\gamma_g}{\gamma_g - 1} \cdot (L_D + C_T)$$

a correspondente porcentagem do peso total seco de material ainda não sedimentado, onde P_s é o peso total do solo.

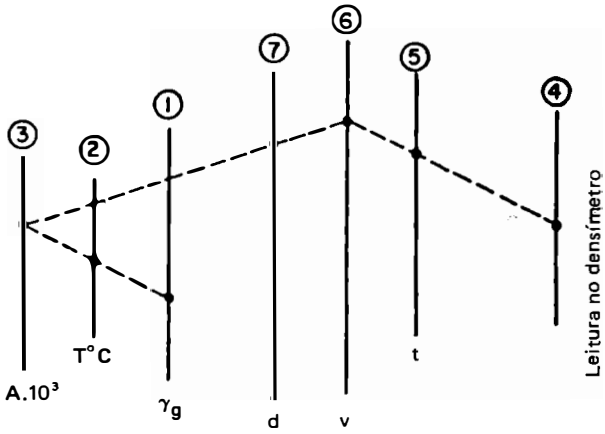


Fig. 3-8

Daí se obtém que:

$$P_{\leq d} = \frac{V\gamma_g}{\gamma_g - \gamma_a}(\gamma_{sp} - \gamma_a).$$

Por outro lado, levando em conta a influência da temperatura sobre a variação volumétrica do bulbo do densímetro, temos:

$$\frac{L_c}{L_T} = \frac{\text{Volume do bulbo}}{\text{Volume do bulbo}\,[1 + \alpha\,(T - T_c)]} = \frac{1}{1 + \alpha\,(T - T_c)}$$

sendo L_c e L_T as leituras densimétricas às temperaturas de calibração, e T e α o coeficiente de dilatação volumétrica do vidro.

Sendo esta expressão do tipo $\frac{1}{1+\Delta}$, desenvolvendo-a em série pelo "método da divisão ou de Mercator" o que nos dá $1 - \Delta + \Delta^2 - \Delta^3 + \ldots$, obtém-se, considerando-se apenas os dois primeiros termos:

$$\frac{L_c}{L_T} \cong 1 - \alpha(T - T_c)$$

ou

$$L_c \cong L_T - L_T\,\alpha(T - T_c)$$

A fórmula anterior também se escreve:

$$P_{\leq d}\,\% = k \cdot (L_D + C_T)$$

com:

$$k = \frac{100}{P_s} \cdot \frac{\gamma_g}{\gamma_g - 1}$$

ou ainda

$$L_c \cong L_T - \alpha(T - T_c)$$

uma vez que $L_T \sim 1$ e $\alpha\,(T - T_C)$ é muito menor do que 1.

Como: $$\gamma_{sp} = L_c \cdot \gamma_c$$

sendo γ_C o peso específico d'água à temperatura de calibração, também se escreve:

$$\gamma_{sp} = [1 + (L_c - 1)][1 + (\gamma_c - 1)] = 1 + L_c - 1 + \gamma_c - 1 + (L_c - 1)(\gamma_c - 1)$$

ou ainda, desprezando o último termo:

$$\gamma_{sp} = L_c + \gamma_c - 1$$

tem-se:

$$\gamma_{sp} - \gamma_a = L_c + \gamma_c - 1 - \gamma_a$$

ou ainda, substituindo L_C pelo valor anteriormente obtido:

$$\gamma_{sp} - \gamma_a = (L_T - 1) + (\gamma_c - \gamma_a) - \alpha(T - T_c).$$

Levando-se este resultado à expressão de $P_{\leq d}$, obtém-se:

$$P_{\leq d} = \frac{V\gamma_g}{\gamma_g - \gamma_a}\,[(L_T - 1) + (\gamma_c - \gamma_a) - \alpha\,(T - T_c)].$$

Fazendo-se:

$$L_T - 1 = L_D \cdot 10^{-3}$$
$$(\gamma_c - \gamma_a) - \alpha\,(T - T_c) = C_T \cdot 10^{-3}$$

ao mesmo tempo que considerando um volume de suspensão $V = 1000\,\text{cm}^3$ e tomando $\gamma_a = 1\,\text{g/cm}^3$. tem-se:

$$P_{\leq d} = \frac{\gamma_g}{\gamma_g - 1}\,(L_D + C_T)$$

ou, finalmente, em porcentagem do peso total seco:

$$P_{\leq d} = \frac{100}{P_s} \cdot \frac{\gamma_g}{\gamma_g - 1}\,(L_D + C_T)$$

como queríamos demonstrar.

Observemos que L_D é a decimal do número que exprime a densidade multiplicada por 10^3 (exemplo: se uma leitura densimétrica é 1.0162, têm-se $L_D = 16{,}2$) e C_T a correção das leituras do densímetro por influência da temperatura, a qual pode ser calculada pela fórmula:

$$(\gamma_c - \gamma_a) - \alpha\,(T - T_c) = C_T \cdot 10^{-3}$$

onde:

T_c = a temperatura de calibração do densímetro;
α = coeficiente de dilatação volumétrica do vidro e
γ_c = peso específico da água à temperatura de calibração.

A técnica do método cuja teoria acaba de ser exposta, em suas conclusões, consiste em tomar cerca de 50g de solo (se arenoso 100g) que passa pela peneira de 0,074 mm e dispersar em água, à qual se junta, para melhor dispersão dos elementos, um defloculante, por exemplo, uma solução de silicato de sódio. Em seguida leva-se essa solução a um dispersor elétrico ou manual, que se mantém em ação durante alguns segundos.

Terminada essa primeira operação, verte-se toda a solução em uma proveta tarada para 1000 cm^3 e completa-se com água.

O cilindro deve ser posto em ambiente a temperatura constante.

Agita-se a mistura dentro do cilindro e se introduz nela um densímetro previamente tarado, lendo-se sobre a graduação o seu afundamento progressivo a partir de 30 s, 1 min, 2 min, 4 min, 8 min, 15 min, 30 min, 1 h, 2 h, . . . do instante em que se imobilizou a proveta.

Em cada leitura do densímetro toma-se a temperatura da mistura. Como as suspensões de solo são turvas, a leitura densimétrica é feita na parte superior do menisco. A introdução do densímetro deve ser feita lentamente e em cada vez deve ser lavado e seco. Terminado o ensaio nota-se no sedimento uma distinção de partículas de dimensão decrescente de baixo para cima.

As leituras feitas deverão sofrer, ainda, as correções devidas ao "menisco" e ao aumento da densidade pela adição do defloculante; essas correções, constantes para um determinado densímetro, são de sinais contrários.

Para maiores detalhes ver EB-22R e MB-32 da ABNT.

Ensaio do equivalente de areia – O ensaio do "equivalente de areia (EA)", introduzido por Hveem, em 1950, consiste em agitar energicamente uma amostra de solo arenoso, numa proveta contendo uma solução floculante e, após o repouso, determinar a relação entre o volume da areia e o volume da areia mais o dos finos que se separam da areia e floculam. Assim (Fig. 3-8*a*):

$$EA = \frac{h}{H} \times 100.$$

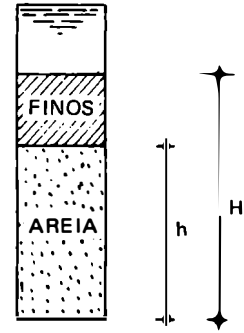


Fig. 3.8a

Para uma areia pura EA = 100%, decrescendo o seu valor à medida que aumenta o teor de impurezas ou de finos. Para as argilas, EA é praticamente nulo.

3-8 Classificação Trilinear dos Solos

Pela *classificação trilinear* do solo, sua identificação é feita em função das porcentagens dos seus constituintes principais, utilizando-se um diagrama trilinear*, tal como o adotado pelo Federal Highway Administration" (Fig. 3-9), no qual, sobre cada um dos três eixos coordenados se representa uma dessas três frações granulométricas: areia, silte e argila.

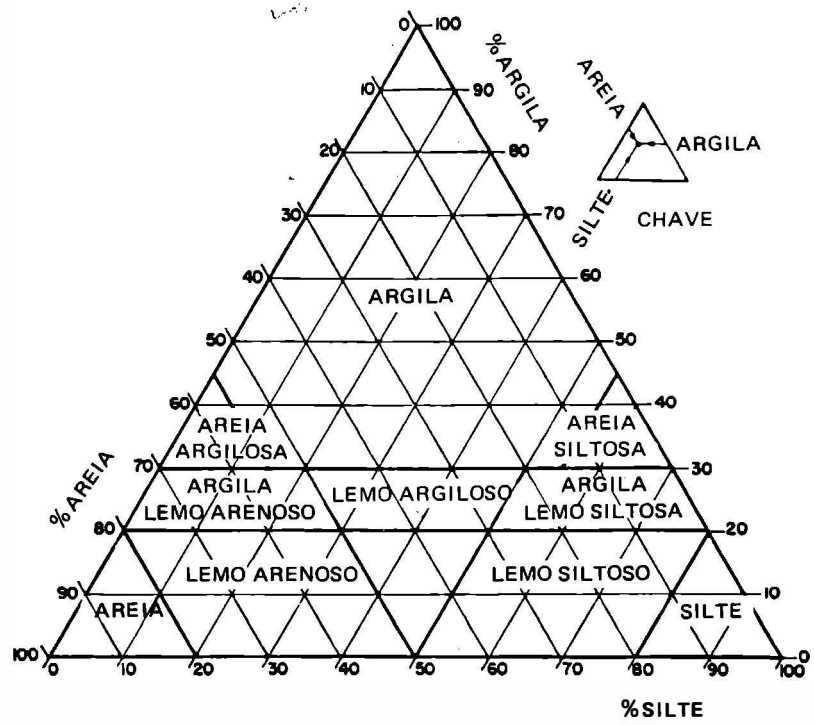


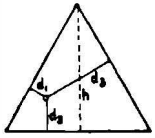
Fig. 3-9

O diagrama está dividido em zonas, a cada uma correspondendo um tipo de solo.

Lemo foi o termo proposto para substituir "barro", que corresponde a "loam", em inglês, com o qual se designa uma mistura, em proporções variadas, de partículas de areia, silte e argila.

---

* O diagrama trilinear fundamenta-se na *propriedade dos triângulos eqüiláteros*, segundo a qual "a soma das distâncias de um ponto interior qualquer, aos lados, é constante e igual à altura do triângulo".



Com efeito, chamando de l o lado do triângulo, tem-se:

$$\frac{ld_1}{2}+\frac{ld_2}{2}+\frac{ld_3}{2}=\frac{l}{2}(d_1+d_2+d_3)=\frac{l}{2}h$$

donde:

$$d_1+d_2+d_3=h$$

Como corolário obtém-se que "a soma das distâncias de um ponto interior qualquer aos lados, medidas paralelamente aos três lados, é constante e igual ao lado do triângulo".

3-9 Correção Granulométrica

Na prática utilizam-se *faixas granulométricas*, definidas pelas correspondentes especificações adotadas, entre as quais deverá se situar a curva granulométrica do solo a utilizar. Quando acontece não ser encontrado nenhum material que satisfaça as especificações, torna-se necessária uma *correção granulométrica*, dosando-se uma mistura de dois ou mais materiais, a fim de que esta mistura, então, se enquadre na faixa granulométrica.

Vejamos os processos geralmente usados para dosagens.

a) *Processo algébrico* – Suponhamos que se deseja compor uma mistura com três materiais M_1, M_2 e M_3, cujas porcentagens dos agregados grosso (*a*) fino (*b*) e material ligante (*c*) sejam as representadas no Quadro 3.2. Admitamos que as porcentagens desejadas para a mistura, de acordo com as especificações, sejam respectivamente A, B e C.

Quadro 3-2

Componentes	Porcentagens			
	M_1	M_2	M_3	Mistura estabilizada
Agregado grosso $d > 2$ mm	a_1	a_2	a_3	A
Agregado fino 0,074 mm $< d <$ 2 mm	b_1	b_2	b_3	B
Material ligante $d <$ 0,074 mm	c_1	c_2	c_3	C
Totais	100	100	100	100
Mistura	X_1	X_2	X_3	

De imediato estabelecem-se as seguintes equações:

$$\begin{cases} X_1a_1 + X_2a_2 + X_3a_3 = A \\ X_1b_1 + X_2b_2 + X_3b_3 = B \\ X_1 + X_2 + X_3 = 1 \end{cases}$$

Resolvido o sistema por elas formado, obtêm-se os valores:

$$\begin{cases} X_1 = \dfrac{(a_2 - a_3)(B - b_3) - (A - a_3)(b_2 - b_3)}{(a_2 - a_3)(b_1 - b_3) - (a_1 - a_3)(b_2 - b_3)} \\ X_2 = \dfrac{B - b_3 - X_1(b_1 - b_3)}{b_2 - b_3} \\ X_3 = 1 - (X_1 + X_2) \end{cases}$$

os quais permitirão dosar a mistura para que ela contenha as porcentagens A, B e C, desejadas.

Obtidas, assim, as proporções em que os materiais componentes entram na mistura, realiza-se uma mistura experimental e determina-se sua granulometria. Havendo divergência entre os valores encontrados e os calculados, as proporções dos materiais devem ser corrigidas e nova mistura e novo ensaio devem ser realizados.

b) *Processo do triângulo* – Consiste em locar num diagrama trilinear (Fig. 3-10), os pontos A, B e C, representativos dos solos a misturar, e o ponto X, correspondente ao material que se deseja obter.

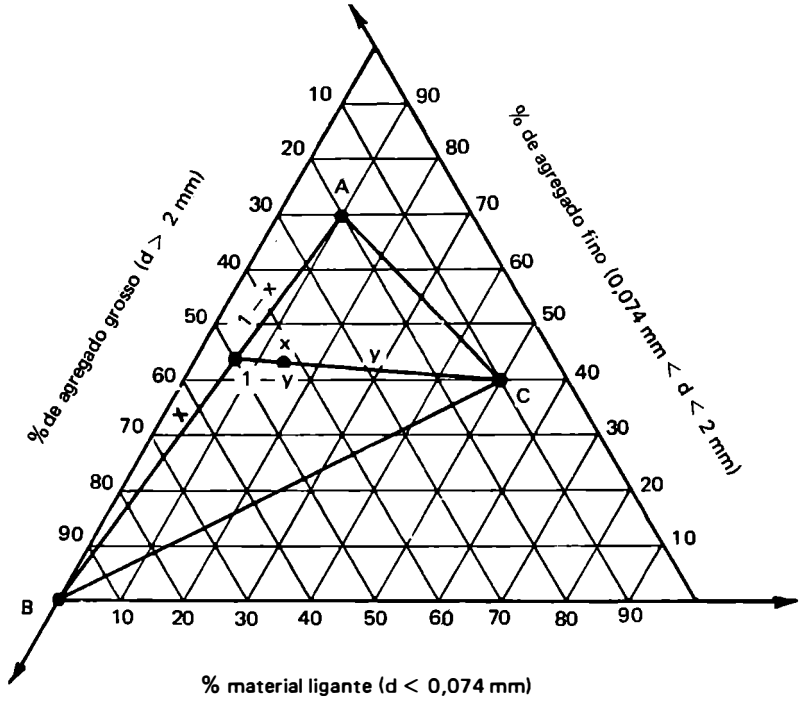


Fig. 3-10

Com as notações da figura demonstra-se que as proporções a tomar dos solos A, B e C, para obter o material X, serão:

A . . . . . $100xy$
B . . . . . $100y(1-x)$
C . . . . . $100(1-y)$
Total 100%

c) *Construção gráfica de Rothfuchs* – O princípio em que se baseia esta construção, indicada na Fig. 3-11, é o seguinte:

– A curva granulométrica desejada é, por hipótese, representada pela diagonal 00′ de um retângulo, em que um dos lados é graduado em porcentagem, de 0 a 100, numa escala

linear. A partir desta escala e da reta 00′ define-se a escala horizontal, relativa aos diâmetros, e que é uma escala proporcional.

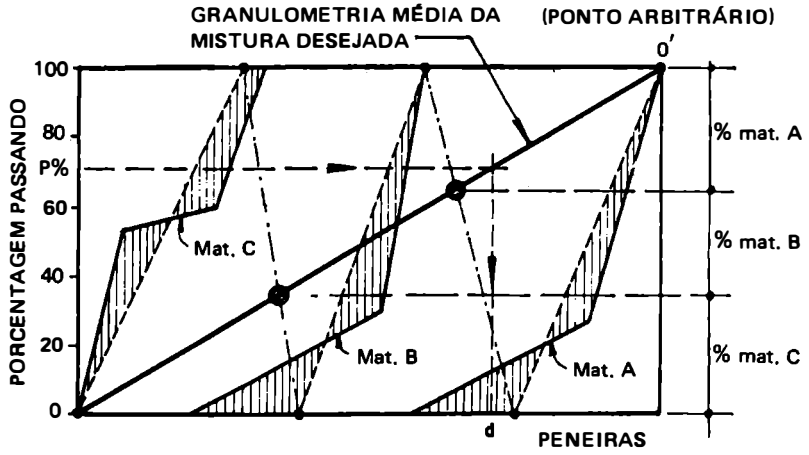
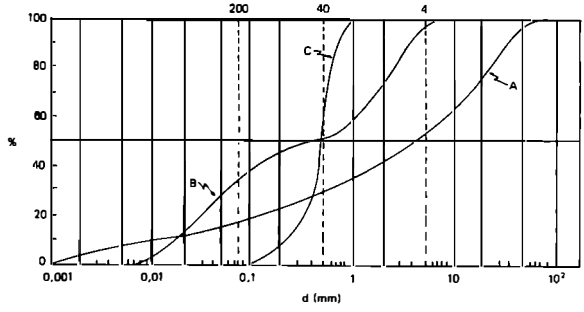


Fig. 3-11

— Sobre este diagrama, cujas escalas já estão fixadas, traçam-se as curvas granulométricas dos materiais, substituindo-as, em seguida, por segmentos de retas tais que as áreas por eles compreendidas com as curvas primitivas, sejam compensadas e mínimas em valor absoluto.
— As extremidades opostas destes segmentos são ligadas, duas a duas, por outros segmentos, os quais interceptam a curva granulométrica 00′ em pontos que, finalmente, determinarão as proporções de cada material na mistura desejada.

Problema

Dadas as curvas granulométricas dos solos *A*, *B* e *C*, determinar os seus coeficientes de uniformidade.



Resp.: 450 (A), 55 (B), 1,8 (C).

Índices Físicos

Capítulo 4

4-1 Elementos Constituintes de um Solo

O solo é um material constituído por um conjunto de partículas sólidas, deixando entre si vazios que poderão estar parcial ou totalmente preenchidos pela água. É, pois, no caso mais geral, um sistema disperso formado por *três fases*: sólida, líquida e gasosa (Fig. 4-1).

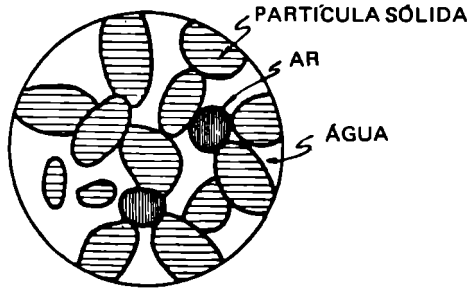


Fig. 4-1

A fase sólida já foi estudada. Vejamos, agora, as fases líquida e gasosa.

Conquanto seja extremamente difícil separar os diferentes estados em que a *água* se apresenta nos solos, é, no entanto, de grande interesse estabelecer uma distinção entre os mesmos.

A água contida no solo (Figs. 4-2 e 4-2*a*) pode ser classificada em:

água de constituição – é a que faz parte da estrutura molecular da partícula sólida;
água adesiva ou *adsorvida* – é aquela película de água que envolve e adere fortemente a partícula sólida, e a qual já nos referimos;

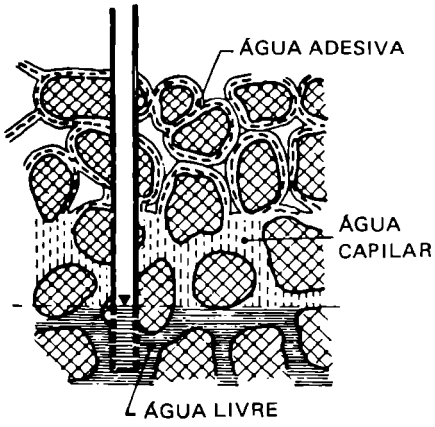


Fig. 4-2

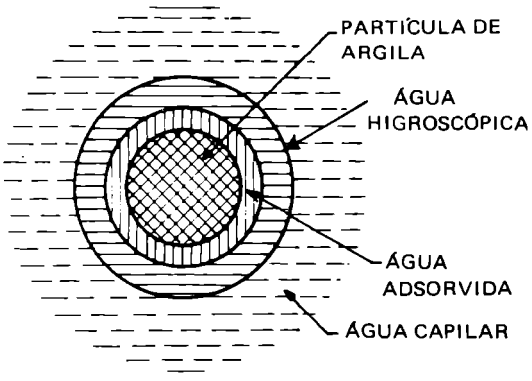


Fig. 4-2a

água livre – é a que se encontra em uma determinada zona do terreno, enchendo todos os seus vazios; o seu estudo rege-se pelas leis da Hidráulica;
água higroscópica – é a que ainda se encontra em um solo seco ao ar livre;
água capilar – é aquela que nos solos de grãos finos sobe pelos interstícios capilares deixados pelas partículas sólidas, além da superfície livre da água (os "fenômenos capilares" serão estudados no Cap. 7).

As águas livre, higroscópica e capilar são as que podem ser totalmente evaporadas pelo efeito do calor, a uma temperatura maior que 100°C.

Quanto à *fase gasosa*, que preenche os vazios das demais fases, é constituída por ar, vapor d'água e carbono combinado.

A sua consideração é de interesse em certos casos especiais de *consolidação* de aterros, quando então há necessidade de calcular as "pressões neutras" desenvolvidas em função da redução de volume da fase gasosa.

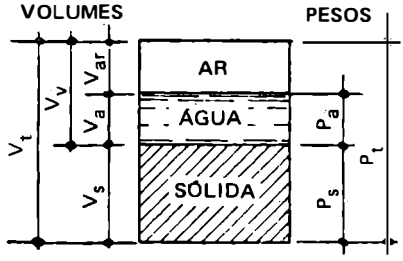


Fig. 4-3

Os índices e as relações que serão apresentados, desempenham um importante papel no estudo das propriedades dos solos, uma vez que estas dependem dos seus constituintes e das proporções relativas entre eles, assim como da interação de uma fase sobre as outras.

No que se segue consideraremos as notações da Fig. 4-3, onde se mostram separadas esquematicamente as três fases de uma certa porção de solo.

De imediato obtém-se:

$$V_t = V_v + V_s = V_{ar} + V_a + V_s$$
$$P_t = P_s + P_a$$

que são relações fundamentais, em volumes e em pesos, entre os constituintes de um solo.

4-2 Teor de Umidade de um Solo

Define-se a *umidade* (h) de um solo como sendo a razão entre o peso da água contida num certo volume de solo e o peso da parte sólida existente neste mesmo volume, expressa em porcentagem.

$$h\% = \frac{P_a}{P_s} \times 100$$

Sua determinação é muito simples: basta determinar o peso da amostra no seu estado natural (razão pela qual a amostra a examinar não deve perder umidade) e o peso após completa secagem em uma estufa a 105°C ou 110°C. O seu valor varia entre limites muito afastados. As argilas do México, por exemplo, apresentam uma umidade da ordem de 400%. Esse índice é muito expressivo, principalmente para os solos argilosos, que têm sua resistência dependendo dessa porcentagem de água.

Sendo P_1 o peso original da amostra mais a tara:

$$P_1 = P + P_s + P_a$$

onde P é o peso da tara e,

$$P_2 = P + P_s$$

o peso da amostra seca, tem-se:

$$h = \frac{P_1 - P_2}{P_2 - P} = \frac{P_a}{P_s}$$

Um outro meio, aliás muito simples e rápido, para determinar a umidade, consiste no emprego do aparelho *Speedy*. Ele é constituído por um reservatório metálico fechado que se comunica com um manômetro destinado a medir a pressão interna. Dentro deste reservatório são colocados, em contato, uma certa quantidade de solo úmido e uma determinada porção de carbureto de cálcio (CaC_2). A água contida no solo combinando-se com o carbureto de cálcio, gera acetileno, tal como expressa a equação:

$$CaC_2 + 2H_2O = Ca(OH)_2 + C_2H_2$$

e daí, pela variação da pressão interna obtém-se a quantidade de água existente no solo.

4-3 Peso Específico Aparente de um Solo ($h \neq 0$)

Por definição:

$$\gamma = \frac{P_t}{V_t}$$

No campo, a determinação de γ pode ser feita, entre outros, pelo conhecido "processo do frasco de areia" (Fig. 4-4), utilizando-se um frasco ao qual se adapta um funil munido de um registro.

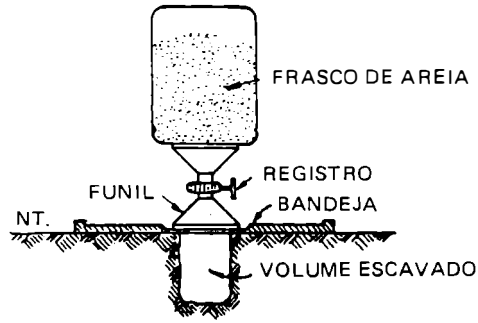


Fig. 4-4

4-4 Peso Específico Aparente de um Solo Seco ($h = 0$)

Por definição:

$$\gamma_s = \frac{P_s}{V_t}$$

Dividindo por P_t ambos os termos da fração e notando que $P_t = P_s + P_a$, tem-se:

$$\gamma_s = \frac{\dfrac{P_s}{P_s + P_a}}{\dfrac{V_t}{P_t}} = \frac{\gamma}{1 + h}$$

relação entre γ_s e γ, de grande utilidade.

Métodos nucleares – Na determinação do peso específico e da umidade dos solos, utilizam-se, também, métodos nucleares. Essencialmente, fundamentam-se na *difusão de raios gama* (para obtenção do peso específico) e na utilização de uma *fonte de néutrons* (para determinação da umidade).

Sobre o assunto a revista inglesa *Géotechnique* publicou extenso trabalho em seu Vol. X, nº 3, setembro de 1960.

4-5 Índice de Vazios

É a razão entre o volume de vazios V_v e o volume V_s da parte sólida de um solo, isto é:

$$\epsilon = \frac{V_v}{V_s}$$

Este índice foi introduzido por Terzaghi ao estudar o "fenômeno do adensamento do solo" (Cap. 11), pois a variação de ϵ, indicando uma variação de volume, só depende de uma variável V_v, uma vez que V_s não varia, ou varia pouco, durante o fenômeno.

No laboratório sua determinação é feita em função de γ_g (peso específico das partículas do solo) e γ_s (peso específico do solo seco).

De fato:

$$\epsilon = \frac{V_t - V_s}{V_s} = \frac{V_t}{V_s} - 1 = \frac{V_t/P_s}{V_s/P_s} - 1 = \frac{\gamma_g}{\gamma_s} - 1$$

4-6 Grau de Compacidade

O estado natural de um solo não coesivo (areia, pedregulho) define-se pelo chamado *grau de compacidade, compacidade relativa* ou *densidade relativa* (D_r):

$$GC = \frac{\epsilon_{máx.} - \epsilon_{nat}}{\epsilon_{máx.} - \epsilon_{mín.}}$$

No laboratório $\epsilon_{máx.}$ é obtido vertendo-se simplesmente o material seco num recipiente de volume conhecido e pesando-se:

$$\epsilon_{máx.} = \frac{V - \dfrac{P_s'}{\gamma_g}}{\dfrac{P_s'}{\gamma_g}}$$

onde V é o volume do recipiente, P_s' é o peso do material seco e γ_g o peso específico dos grãos. Analogamente obtém-se $\epsilon_{mín.}$, compactando-se o material por vibração ou por socamento dentro do mesmo recipiente. Desse modo:

$$\epsilon_{mín.} = \frac{V - \dfrac{P_s''}{\gamma_g}}{\dfrac{P_s''}{\gamma_g}}$$

onde P_s'' é o peso do material seco compactado.

Um outro processo para determinação do $\epsilon_{mín.}$ consiste em tomar um certo peso P_s do solo seco e colocá-lo num recipiente cilíndrico hermeticamente fechado, cuja tampa comprime o material sob a ação de uma forte mola (Fig. 4-5). Com um martelo pesado bate-se no recipiente até que não se consiga mais diminuir a espessura da amostra, o que se observará por meio de um micrômetro. O $\epsilon_{mín.}$ será dado pela fórmula já conhecida:

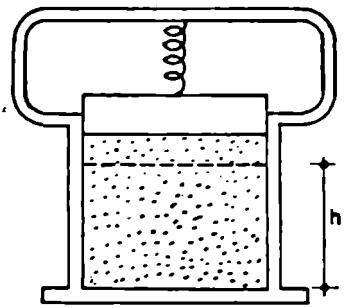


Fig. 4-5

$$\epsilon_{mín.} = \frac{V' - \dfrac{P_s}{\gamma_g}}{\dfrac{P_s}{\gamma_g}}$$

onde $V' = S.h$, sendo S a seção transversal do recipiente e h a altura mínima da amostra.

Seguindo o critério usualmente aceito, as areias se classificam em:

Fofas (ou soltas) quando	$0 < GC < 1/3$
Medianamente compactas quando	$1/3 < GC < 2/3$
Compactas quando	$2/3 < GC < 1$

Em função dos pesos específicos o grau de compacidade se exprime:

$$GC = \frac{\gamma_{nat} - \gamma_{mín.}}{\gamma_{máx.} - \gamma_{mín.}} \cdot \frac{\gamma_{máx.}}{\gamma_{nat}}$$

onde $\gamma_{máx.}$, γ_{nat} e $\gamma_{mín.}$ são os pesos específicos secos nos estados, respectivamente, mais denso possível, natural e mais solto possível.

Também o silte caracteriza-se pela sua compacidade.

4-7 Porosidade de um Solo

É a razão entre o volume de vazios e o volume total de uma amostra do solo:

$$n\% = \frac{V_v}{V_t} \times 100$$

Esta relação é preferida pelos agrônomos. Sua determinação é feita em função do índice de vazios, através da relação:

$$n = \frac{\epsilon}{1 + \epsilon}$$

obtida dividindo-se ambos os termos da fração por V_s, observando-se que:

$$V_t = V_v + V_s.$$

Para areias com diferentes composições granulométricas, $\epsilon_{máx.}$ e $\epsilon_{mín.}$ podem assumir valores diversos. No caso de esferas de igual diâmetro, são obtidos os seguintes valores (Fig. 4-6):

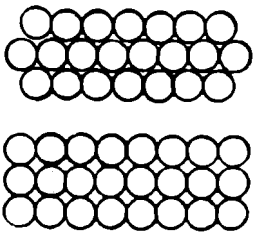


Fig. 4-6

$$\epsilon_{máx.} = 0{,}91 \qquad n_{máx.} = 48\%$$
$$\epsilon_{mín.} = 0{,}35 \qquad n_{mín.} = 26\%$$

Em função da porosidade, γ_s escreve-se (Fig. 4-7):

$$\gamma_s = \gamma_g\,(1 - n) = \delta\,(1 - n)\,\gamma_a$$

e em função de ϵ:

$$\gamma_s = \frac{\delta}{1 + \epsilon}\cdot\gamma_a$$

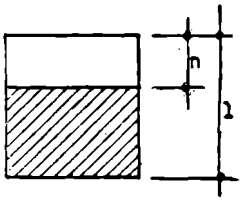


Fig. 4-7

4-8 Grau de Saturação de um Solo

É a porcentagem de água contida nos seus vazios:

$$S\% = \frac{V_a}{V_v} \times 100$$

Sendo:

$$h = \frac{P_a}{P_s} = \frac{V_a\gamma_a}{V_s\gamma_g} = \frac{\gamma_a S V_v}{\gamma_a \delta V_s} = \frac{\epsilon S}{\delta}$$

temos:

$$S = \frac{h\delta}{\epsilon} = \frac{h\delta\,(1 - n)}{n}$$

uma vez que:

$$\frac{1}{\epsilon} = \frac{1 - n}{n}$$

como se obtém da equação:

$$n = \frac{\epsilon}{1 + \epsilon}$$

Se o solo estiver saturado ($S = 100\%$) a relação acima nos dá:

$$\boxed{\epsilon = h\delta}$$

4-9 Grau de Aeração

Por definição:

$$A\% = \frac{V_{ar}}{V_v} \times 100$$

Daí:

$$A = \frac{V_v - V_a}{V_v} = 1 - S$$

4-10 Relações Diversas

Temos:

$$\gamma = \frac{P_s + P_a}{V_s + V_v} = \frac{P_s\,(1+h)}{V_s\,(1+\epsilon)}$$

donde:

$$\gamma = \gamma_g \frac{1+h}{1+\epsilon}$$

ou:

$$\frac{\gamma}{1+h} = \frac{\gamma_g}{1+\epsilon} = \gamma_s$$

Como $\gamma_g = \delta\gamma_a$ e $h \cdot \delta = S\,\epsilon$, temos ainda

$$\gamma = \frac{\delta + S\,\epsilon}{1+\epsilon}\,\gamma_a$$

Para um solo seco ($S = 0$) esta relação nos dá:

$$\gamma_s = \frac{\delta}{1+\epsilon}\,\gamma_a$$

fórmula já obtida e que corresponde ao valor mínimo de γ.

4-11 Peso Específico de um Solo Saturado

Nesse caso, $S = 1$ e a relação acima nos dá:

$$\gamma_{sat} = \frac{\delta + \epsilon}{1+\epsilon}\,\gamma_a$$

o que corresponde ao máximo valor de γ.

Em função da porosidade (Fig. 4-8):

$$\gamma_{sat} = \gamma_s + n\gamma_a$$

$$\gamma_{sat} = [\delta\,(1-n) + n]\,\gamma_a$$

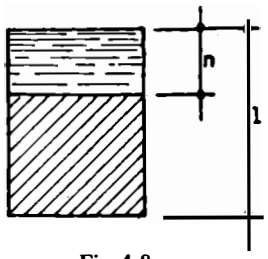


Fig. 4-8

4-12 Peso Específico de um Solo Submerso

Quando o solo é submerso, as partículas sólidas sofrem o empuxo da água e então:

$$\gamma_{sub} = \delta\,(1-n)\,\gamma_a - (1-n)\,\gamma_a$$

ou:

$$\gamma_{sub} = (\delta - 1)\,(1-n)\,\gamma_a$$

ou ainda:

$$\gamma_{sub} = \frac{\delta - 1}{1+\epsilon}\,\gamma_a .$$

Finalmente, como é fácil verificar:

$$\gamma_{sub} = \gamma_{sat} - \gamma_a$$

A distinção entre solos saturado e submerso pode ser observada no exemplo da Fig. 4-9, notando-se que um solo submerso é saturado, sem que a recíproca seja verdadeira.

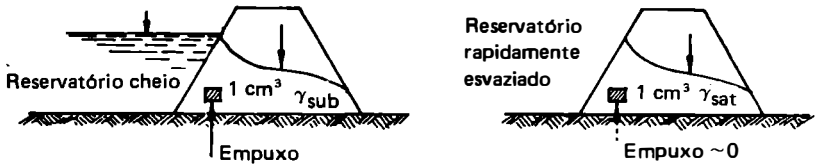


Fig. 4-9

Exemplo numérico – Uma amostra de solo pesa 30,2 kg e seu volume é de 0,0179 m³. Após secagem em estufa o seu peso se reduz a 26,8 kg. A densidade das partículas é de 2,65.

Nessas condições:

$$\gamma = \frac{30{,}2}{0{,}0179} = 1\,687\ \text{kg/m}^3$$

$$\gamma_s = \frac{26{,}8}{0{,}0179} = 1\,497\ \text{kg/m}^3$$

$$h\% = \frac{30{,}2 - 26{,}8}{26{,}8} \times 100 = 12{,}7\%$$

$$\epsilon = \frac{2{,}65}{1{,}497} - 1 = 0{,}77$$

$$n = \frac{0{,}77}{1 + 0{,}77} = 0{,}44 \text{ ou } 44\%$$

$$S = \frac{0{,}127 \times 2{,}65}{0{,}77} = 0{,}44$$

$$A = 0{,}56$$

Se a amostra estivesse saturada ($S = 100\%$):

$$\gamma_{sat} = [2{,}65(1 - 0{,}44) + 0{,}44] \times 1 = 1{,}92 \text{ g/cm}^3 = 1\,920 \text{ kg/m}^3$$

Na Fig. 4-10 reproduzimos o conhecido *gráfico de Scheidig*, o qual facilita a determinação dos índices definidos, quando $\gamma_g = 2{,}65$ g/cm^3.

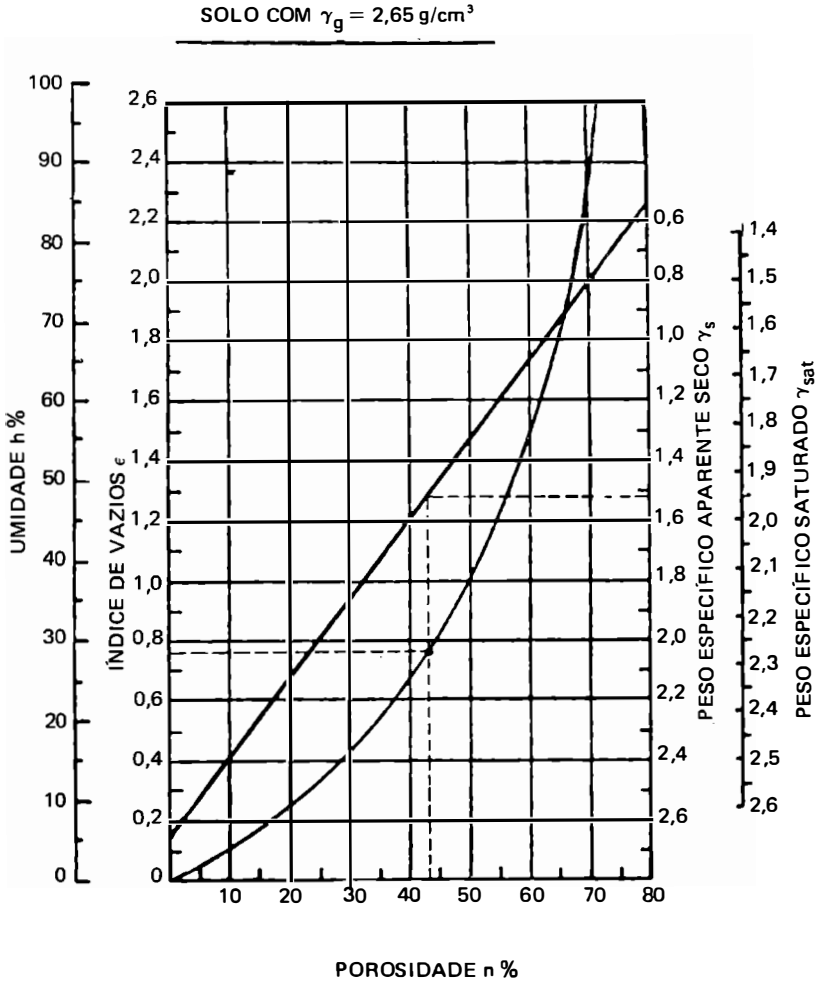


Fig. 4-10

4.13 Resumos

(Fig. 4-11 e esquema no Quadro 4.1)

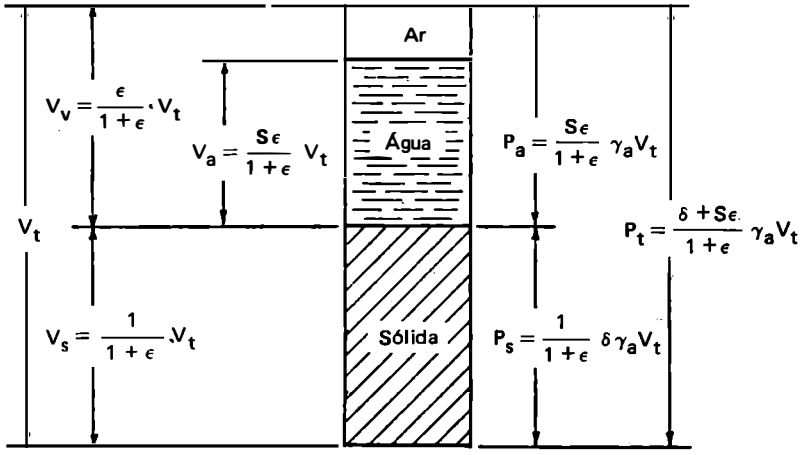
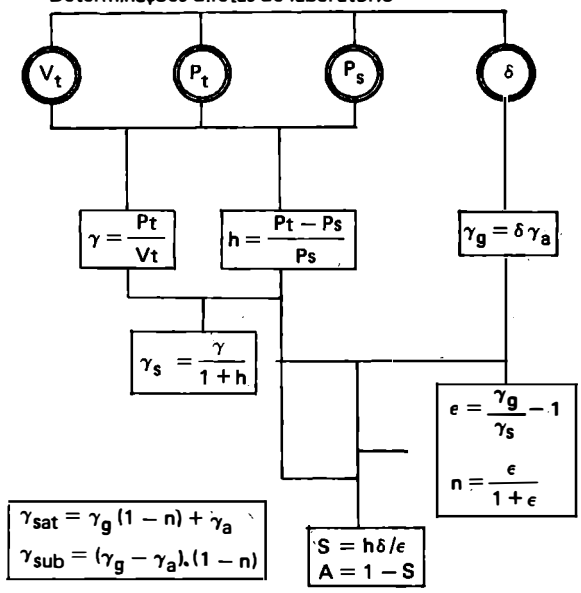


Fig. 4-11

Quadro 4-1

Determinações diretas de laboratório



Estrutura dos Solos

Capítulo 5

5-1 Definições e Tipos de Estrutura

Chama-se *estrutura* ao arranjo ou disposição das partículas constituintes do solo. Conquanto, ultimamente, tenham surgido novas concepções acerca dos processos de estruturação dos solos, bem como novos tipos de estrutura tenham sido introduzidos, tradicionalmente consideram-se os seguintes tipos principais:

a) *Estrutura granular simples* – é característica das areias e pedregulhos, predominando as forças da gravidade na disposição das partículas, que se apoiam diretamente umas sobre as outras.

De acordo com a maneira pela qual os grãos se agrupam, a estrutura pode ser mais densa ou mais solta, o que é definido pelo "grau de compacidade" (item 4.6).

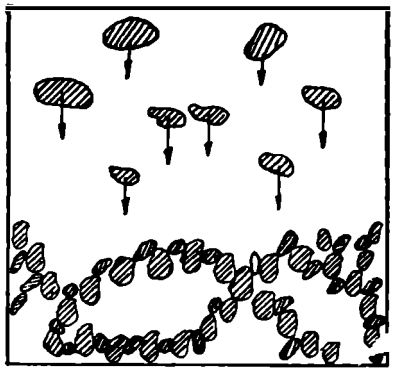


Fig. 5-1

b) *Estrutura alveolar ou em favo de abelha* – é o tipo de estrutura comum nos siltes mais finos e em algumas areias. Mostremos como se origina: quando na formação de um solo sedimentar, um grão cai sobre o sedimento já formado, devido à predominância da atração molecular sobre o seu peso, ele ficará na posição em que se der o primeiro contato, dispondo-se assim em forma de arcos, como indicado na Fig. 5-1.

c) *Estrutura floculenta* – nesse tipo de estrutura, que só é possível em solos cujas partículas componentes sejam todas muito pequenas, as partículas, ao se sedimentarem, dispõem-se em arcos, os quais, por sua vez, formam outros arcos, tal como representado na Fig. 5-2. Trata-se, pois, de uma estrutura de ordem dupla. Na formação de tais estruturas, desempenham uma função importante as ações elétricas que se desenvolvem entre as partículas, as quais, por sua vez, são influenciadas pela natureza dos íons* presentes no meio onde se processa a sedimentação. Em geral a estrutura molecular desses solos é aberta, isto é, uma das moléculas tem como que uma carga elétrica ainda disponível, possibilitando, assim, a formação dessas estruturas.

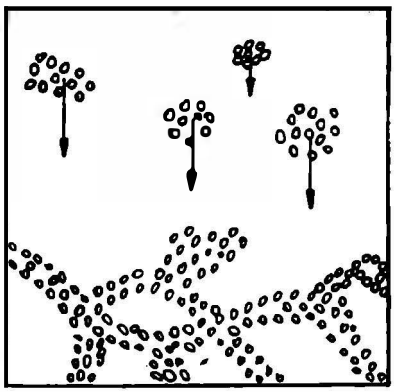


Fig. 5-2

d) *Estrutura em esqueleto* (*do inglês skeleton structure*) – *nos solos onde, além de* grãos finos, há grãos mais grossos, estes dispõem-se de maneira tal a formar um esqueleto, cujos interstícios são parcialmente ocupados por uma estrutura de grãos mais finos. É o caso, apresentado na Fig. 5-3, das complexas estruturas das argilas marinhas.

* O *íon* (ionte) é um átomo [constituído por *prótons* (+), *elétrons* (–) e *nêutrons* (sem carga)] ou grupo de átomos, em desequilíbrio elétrico. Os *ânions* (aniontes) são íons negativos e os *cátions* (cationtes) são íons positivos.

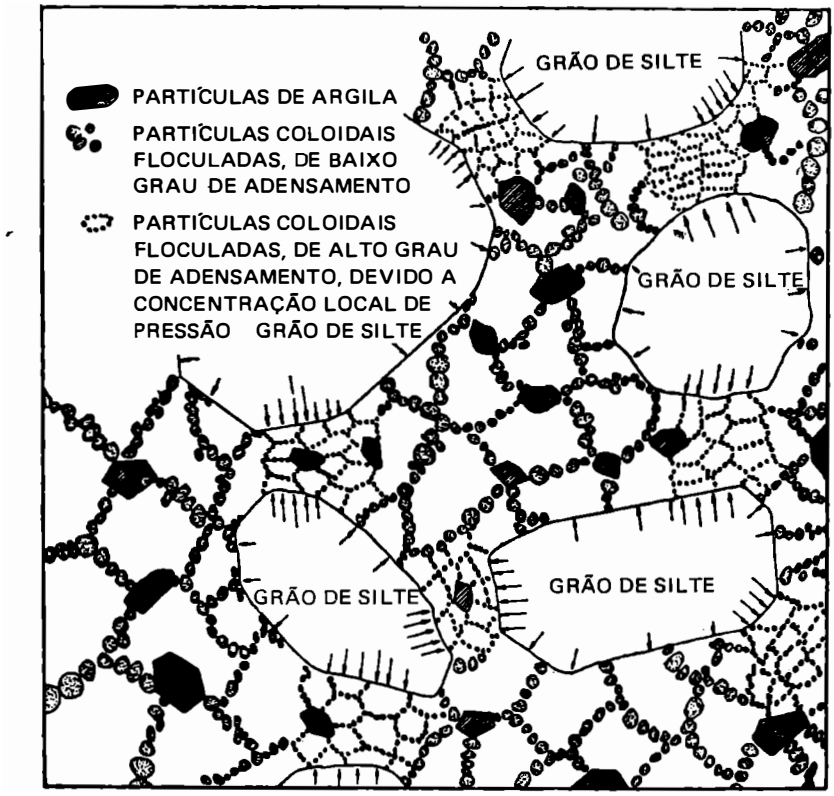

PARTÍCULAS DE ARGILA
PARTÍCULAS COLOIDAIS FLOCULADAS, DE BAIXO GRAU DE ADENSAMENTO
PARTÍCULAS COLOIDAIS FLOCULADAS, DE ALTO GRAU DE ADENSAMENTO, DEVIDO A CONCENTRAÇÃO LOCAL DE PRESSÃO GRÃO DE SILTE
GRÃO DE SILTE
GRÃO DE SILTE
GRÃO DE SILTE
GRÃO DE SILTE

Fig. 5-3

5-2 Amolgamento

É a operação de destruição da estrutura do solo, com a conseqüente perda da sua resistência.

A influência da estrutura do solo em suas propriedades é pesquisada através de ensaios realizados com amostras indeformadas.

O "grau de sensibilidade" G_s de um solo é expresso pela razão entre a resistência à compressão simples (R_c) de uma amostra indeformada e a resistência (R_c') da mesma amostra depois de amolgada a teor de umidade constante.

$$G_s = \frac{R_c}{R_c'}$$

Segundo Skempton (Fig. 5-4), as argilas se classifi-cam em: insensíveis, se $G_s < 1$, de baixa sensibilidade, se $1 < G_s < 2$, de média sensibilidade, se $2 < G_s < 4$, sensíveis, se $4 < G_s < 8$ e extra-sensíveis, se $G_s > 8$.

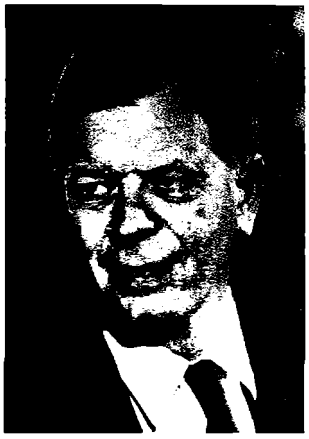


Fig. 5-4
A. W. Skempton
(Inglês: 1914)

As estruturas, quanto mais complexas, menos estáveis elas são e, uma vez destruídas, não poderão ser mais recompostas. Um exemplo típico é o que nos apresenta a argila do México, a qual é formada por uma fina cinza vulcânica que lentamente se depositou em um lago de água doce. Apesar da sua complicada estrutura, que lhe permite chegar a ter 400% de umidade, onde cerca de 90% do volume total é ocupado por água, mesmo assim, no seu estado natural, apresenta uma relativa resistência. Amolgada a estrutura, o solo perde toda sua resistência e transforma-se em nada mais que um pouco de água suja.

O amolgamento dos solos argilosos é também o responsável pela formação da *lama* que aparece no fundo das cavas de fundação, em conseqüência das pisadas repetidas dos operários e da ação intermitente do sol e da chuva.

Plasticidade e Consistência dos Solos

Capítulo 6

6-1 Plasticidade

A experiência mostrou que, para os solos em cuja textura haja uma certa porcentagem de fração fina, não basta a granulometria para caracterizá-los, pois suas *propriedades plásticas* dependem do teor de umidade, além da forma das partículas e da sua composição química e mineralógica.

A *plasticidade* é normalmente definida como uma propriedade dos solos, que consiste na maior ou menor capacidade de serem eles moldados, sob certas condições de umidade, sem variação de volume. Trata-se de uma das mais importantes propriedades das argilas.

Em outras ciências da engenharia, o comportamento plástico dos materiais fundamenta-se nas características tensão-deformação. Assim é que um corpo diz-se *elástico* quando recupera a forma e o volume primitivos, ao cessar a ação das forças externas que o deformava; ao contrário, diz-se *plástico* quando não recupera seu estado original ao cessar a ação deformante.

Os corpos da prática não correspondem rigorosamente a nenhum dos tipos citados, posto que todos eles apresentam uma fase elástica e outra plástica, com predominância, em geral de uma ou de outra. O chumbo, por exemplo, é um material fundamentalmente plástico. Observe-se, ainda, que os conceitos de elasticidade e plasticidade não são absolutos, isto é, o fato de um corpo se comportar como elástico ou como plástico depende da intensidade das forças aplicadas e, também, do grau de precisão das observações efetuadas. Assim, por exemplo, o aço doce, material de largo emprego na construção, se comporta como elástico até um certo limite; elevando-se a solicitação ele passa a se comportar como plástico num certo intervalo de deformações.

Com base no comportamento do aço doce, criou-se o material idealmente plástico, cujo diagrama teórico tensão (σ) – deformação (ϵ) está indicado na Fig. 6-1 (onde o trecho OA corresponde à fase elástica e AB à fase plástica) e cujo estudo constitui objeto da Teoria da Plasticidade.

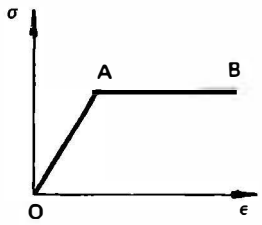


Fig. 6-1

6-2 Limites de Consistência

Sendo a umidade de um solo muito elevada, ele se apresenta como um fluido denso e se diz no *estado líquido*. À medida que evapora a água, ele se endurece e, para um certo $h = LL$ (*limite de liquidez*), perde sua capacidade de fluir, porém pode ser moldado facilmente e conservar sua forma. O solo encontra-se, agora, no *estado plástico*. A continuar a perda de umidade, o estado plástico desaparece até que, para $h = LP$ (*limite de plasticidade*), o solo se desmancha ao ser trabalhado. Este é o *estado semi-sólido*. Continuando a secagem, ocorre a passagem gradual para o *estado sólido*. O limite entre os dois estados é um teor de umidade $h = LC$ (*limite de contração*).

A Fig. 6-2 ilustra esquematicamente esses estados físicos, chamados *estados de consistência*, e suas fronteiras, ou sejam, os *limites de consistência*.

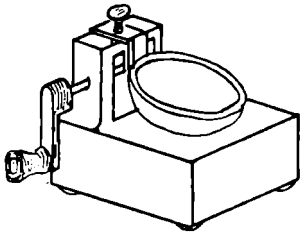
Fig. 6-2

Embora fundamentadas em extensas investigações experimentais, as definições desses limites são convencionais. Ainda assim eles permitem, de uma maneira simples e rápida, dar uma idéia bastante clara do tipo de solo e suas propriedades. Por isso mesmo constituem, hoje, determinações rotineiras nos laboratórios de Mecânica dos Solos.

Os dois primeiros limites (*LL* e *LP*) são devidos ao cientista sueco Atterberg (1911) e o último (*LC*) a Haines.

6-3 Limite de Liquidez

A determinação do limite de liquidez (*LL*) é feita pelo aparelho de Casagrande (Fig. 6-3, onde mostramos, também, o cinzel correspondente ao tipo de solo), que consiste em um prato de latão, em forma de concha, sobre um suporte de ebonite; por meio de um excêntrico imprime-se ao prato, repetidamente, quedas de altura de 1 cm e intensidade constante.



APARELHO DE CASAGRANDE

CINZEL PARA SOLOS ARGILOSOS

CINZEL PARA SOLOS ARENOSOS

Fig. 6-3

Sobre a técnica do ensaio, veja-se MB-30.

Com os valores obtidos (número de golpes para fechar o sulco feito na amostra, Fig. 6-4, e as umidades correspondentes) traça-se a *linha de escoamento* do material (Fig. 6-5), a qual no intervalo compreendido entre 6 e 35 golpes, pode considerar-se como uma reta. Recomenda-se a determinação de, pelo menos, 6 pontos.

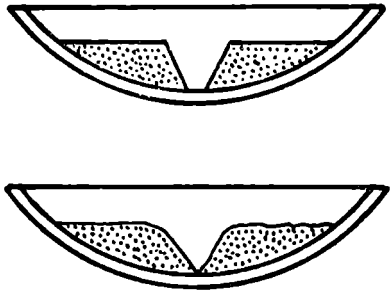


Fig. 6-4

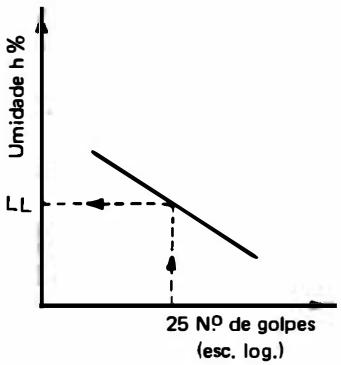


Fig. 6-5

Por definição, o limite de liquidez (*LL*) do solo é o teor de umidade para o qual o sulco se fecha com 25 golpes.

De acordo com os estudos do *Federal Highway Administration*, o *LL* pode também ser determinado, conhecido "um só ponto", por meio da fórmula:

$$LL = \frac{h}{1{,}419 - 0{,}3 \log n}$$

onde h é a umidade, em porcentagem, correspondente a n golpes.

O emprego desta fórmula é facilitado tabulando-se o denominador para diferentes valores de n, tal como indicado no Quadro 6-1.

Quadro 6-1

n	$1{,}419 - 0{,}3 \log n$	n	$1{,}419 - 0{,}3 \log n$
15	1,066	28	0,985
16	1,059	29	0,980
17	1,050	30	0,976
18	1,043	31	0,972
19	1,036	32	0,968
20	1,029	33	0,964
21	1,023	34	0,960
22	1,017	35	0,956
23	1,011	36	0,952
24	1,005	37	0,948
25	1,000	38	0,945
26	0,995	39	0,942
27	0,990	40	0,939

Nota – A resistência que o solo oferece ao fechamento do sulco, medida pelo número de golpes requerido, provém da sua "resistência ao cisalhamento" correspondente à umidade que apresenta.

Experimentalmente se obteve que, no limite de liquidez, esta resistência tem um valor constante de 25 g/cm² para todos os solos plásticos.

Há trabalhos que expõem métodos de utilização do *cone de penetração* à determinação do limite de liquidez.

6-4 Limite de Plasticidade

O limite de plasticidade (*LP*). Fig. 6-6, é determinado pelo cálculo da porcentagem de umidade para a qual o solo começa a se fraturar quando se tenta moldar, com ele, um cilindro de 3 mm de diâmetro e cerca de 10 cm de comprimento (ver MB-31).

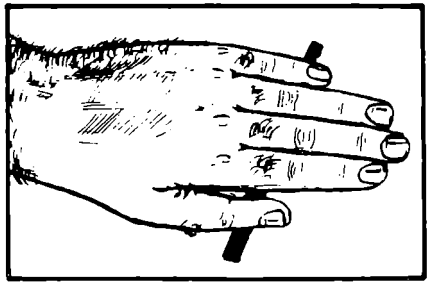


Fig. 6-6

Não foi possível, ainda, ao contrário do que ocorreu com o *LL*, mecanizar satisfatoriamente esse ensaio.

6-5 Índice de Plasticidade

Denomina-se *índice de plasticidade* à diferença entre os limites de liquidez e de plasticidade:

$$IP = LL - LP$$

Ele define a zona em que o terreno se acha no estado plástico e, por ser máximo para as argilas e mínimo, ou melhor, nulo para as areias, fornece um critério para se ajuizar do caráter argiloso de um solo; assim, quanto maior o *IP*, tanto mais plástico será o solo.

Quando um material não tem plasticidade (areia, por exemplo), considera-se o índice de plasticidade nulo e escreve-se *IP* = *NP* (não plástico).

Sabe-se que uma pequena porcentagem de matéria orgânica eleva o valor do *LP*, sem elevar simultaneamente o do *LL*; tais solos apresentam, pois, baixos valores para *IP*.

Sabe-se, ainda, que as argilas são tanto mais compressíveis quanto maior for o *IP*. Segundo Jenkins, os solos poderão ser classificados em:

fracamente plásticos	$1 < IP < 7$
medianamente plásticos	$7 < IP < 15$
altamente plásticos	$IP > 15$

Sobre a utilidade prática dos valores de *LL* e *IP*, na engenharia rodoviária, veja-se Vol. 2, Cap. 22.

6-6 Gráfico de Plasticidade

Segundo suas características e propriedades físicas mais importantes, os solos finos podem ser divididos em oito grupos: argilas inorgânicas de alta, média e baixa plasticidade; solos siltosos inorgânicos de alta, média e baixa compressibilidade; argilas orgânicas e siltes orgânicos. A classificação de um solo, dentro de um destes grupos, pode ser feita de maneira muito simples, por meio do *gráfico de plasticidade* (A. Casagrande). Neste gráfico (Fig. 6-7), as abscissas representam o limite de liquidez *LL* e as ordenadas o índice de plasticidade *IP*.

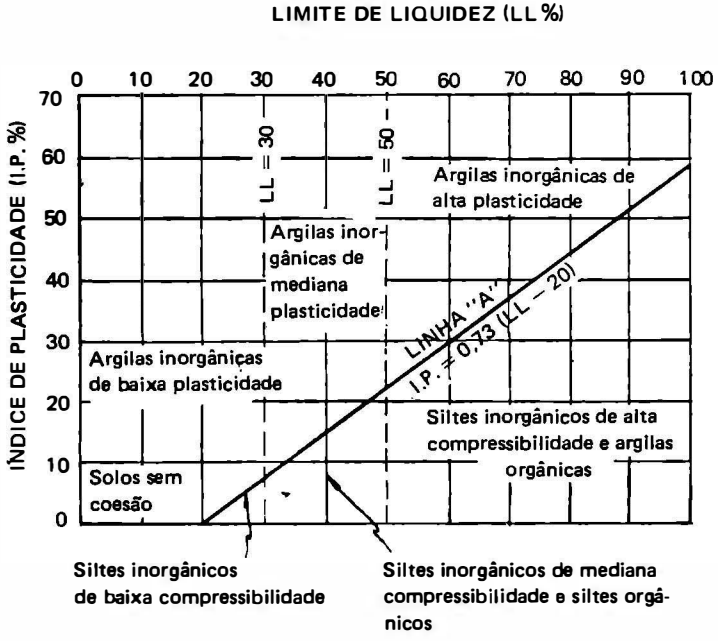


Fig. 6-7

O gráfico está dividido em seis regiões, três delas (as das argilas inorgânicas) acima da linha *A* e as outras (as dos siltes inorgânicos) abaixo. O grupo ao qual pertence um solo dado é determinado pelo nome da região que contém o ponto de valores *LL* e *LP* do solo em questão. Quanto ao fato dos pontos que representam as argilas orgânicas estarem situados na mesma região que os que correspondem aos siltes inorgânicos de alta compressibilidade, e os pontos que representam os siltes orgânicos na região dos siltes inorgânicos de mediana compressibilidade, observe-se que os solos orgânicos distinguem-se facilmente pelo seu odor característico e por apresentarem cores escuras.

6-7 Índice de Consistência

A consistência de um solo no seu estado natural, com teor de umidade h, é expressa numericamente pela relação:

$$IC = \frac{LL - h}{IP}$$

que se denomina *índice de consistência.* Segundo o valor de IC ou de R (*resistência à compressão simples,* pág. 162) as argilas classificam-se em:

muito moles (vasas) . .	$IC < 0$	$R < 0{,}25$ kg/cm²
moles	$0 < IC < 0{,}50$	$0{,}25 < R < 0{,}5$
médias	$0{,}50 < IC < 0{,}75$	$0{,}5 < R < 1$
rijas	$0{,}75 < IC < 1{,}00$	$1 < R < 4$
duras	$IC > 1{,}00$	$R > 4$ kg/cm²

Alguns autores, como Zeevaert, denominam esse índice (IC) de *consistência relativa* (C_r).

6-8 Limite de Contração

A determinação do limite de contração (LC), Fig. 6-8, teor de umidade a partir do qual o solo não mais se contrai, não obstante continue perdendo peso, é feita tendo em vista que o índice de vazios da amostra é o mesmo, quer quando ainda saturada (no momento em que cessa a contração), quer estando completamente seca.

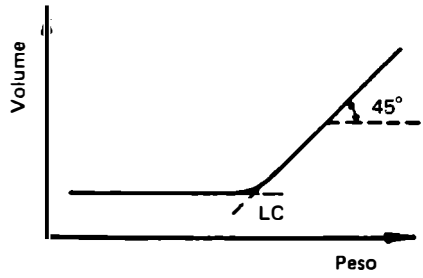


Fig. 6-8

Considerando as equações já deduzidas:

$$\epsilon = h\,\delta \text{ (para solos saturados)}$$

e

$$\gamma = \gamma_g \frac{1 + h}{1 + \epsilon}$$

e fazendo, na primeira $h = LC$ e na segunda $h = 0$, vem:

$$\epsilon = (LC)\,\delta$$

e

$$\gamma_s = \frac{\gamma_g}{1+\epsilon}$$

Tirando o valor de ϵ da segunda equação e igualando com a primeira, temos:

$$(LC)\,\delta = \frac{\gamma_g - \gamma_s}{\gamma_s}$$

ou

$$LC = \frac{\gamma_g}{\gamma_s \cdot \delta} - \frac{\gamma_s}{\gamma_s \cdot \delta}$$

ou, finalmente, e expressando em porcentagem:

$$LC = \left(\frac{\gamma_a}{\gamma_s} - \frac{1}{\delta}\right)100$$

Um outro modo de calcular o LC decorre da observação da Fig. 6-9, donde se obtém da própria definição do teor de umidade:

$$LC = \frac{(P_1 - P_s) - (V_1 - V_2)\gamma_a}{P_s} = h - \frac{V_1 - V_2}{P_s}\,\gamma_a$$

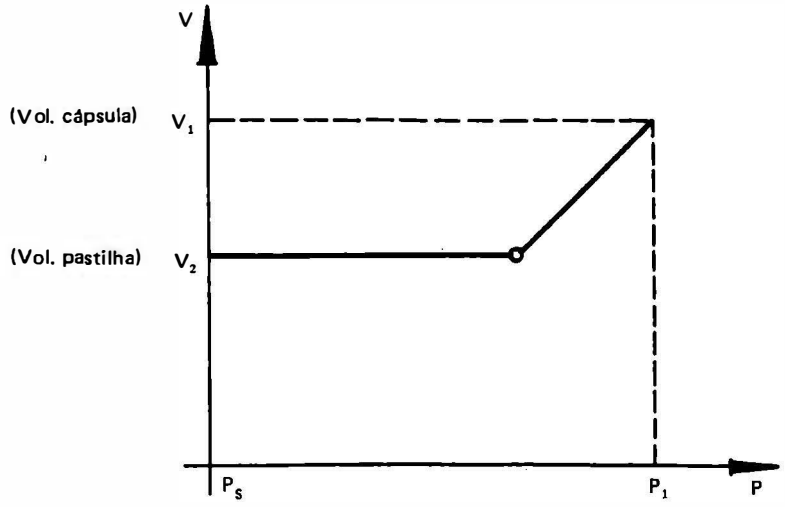


Fig. 6-9

O ensaio é simples. Molda-se em uma cápsula uma amostra com alto teor de umidade, seca-se em estufa e determina-se a umidade da amostra contraída.

Para medir V_2 (volume da pastilha correspondente ao solo seco), emprega-se o método do deslocamento de mercúrio, tal como indicado na Fig. 6-10; o mercúrio deslocado pelo solo é recolhido numa cápsula e medido numa proveta graduada.

Para determinação do *LC* veja-se MB-55 da ABNT.

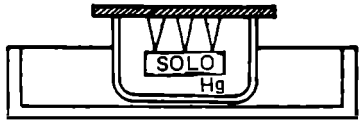


Fig. 6-10

Nota – Para o teor de umidade, os limites de liquidez, plasticidade e contração e índices de plasticidade e consistência, a *Sociedade Internacional de Mecânica dos Solos*, quando do V Congresso (Paris, 1961), recomendou a adoção, respectivamente, das notações w, w_L, w_P, w_S, I_P e I_C.

6-9 Grau de Contração

Assim se denomina a razão da diferença entre os volumes inicial (V_i) e final (V_f) após a secagem da amostra, para o volume inicial (V_i), expressa em porcentagem:

$$C = \frac{V_i - V_f}{V_i} \times 100$$

Como a "compressibilidade" de um solo cresce com o *grau de contração* este índice fornece uma indicação da qualidade do solo, embora sem nenhum caráter decisivo. Segundo Scheidig, tem-se:

solos bons:	$C < 5\%$
solos regulares:	$5\% < C < 10\%$
solos sofríveis:	$10\% < C < 15\%$
solos péssimos:	$C > 15\%$

6-10 Outros Índices

Definem-se, ainda, embora sejam pouco usados, os seguintes índices:

Umidade equivalente centrífuga – teor de umidade final de uma massa de solo, previamente saturada, após ser submetida a uma aceleração centrífuga com intensidade 100 vezes a da gravidade (AASHO – T94-42).

Umidade equivalente de campo – teor de umidade de um solo para o qual já não permite a absorção, em 30 s, de uma gota de água colocada na sua superfície previamente alisada (AASHO – T93-49).

Fenômenos Capilares

Capítulo 7

7-1 Teoria do Tubo Capilar

Nos solos, por *capilaridade**, a água se eleva por entre os interstícios de pequenas dimensões deixados pelas partículas sólidas, além do nível do lençol freático. A altura alcançada depende da natureza do solo.

O corte, na Fig. 7-1, mostra-nos a distribuição típica da umidade do solo. Verifica-se, por aí, que o solo não se apresenta saturado ao longo de toda a altura de ascensão capilar, mas somente até um certo nível, denominado *nível de saturação.*

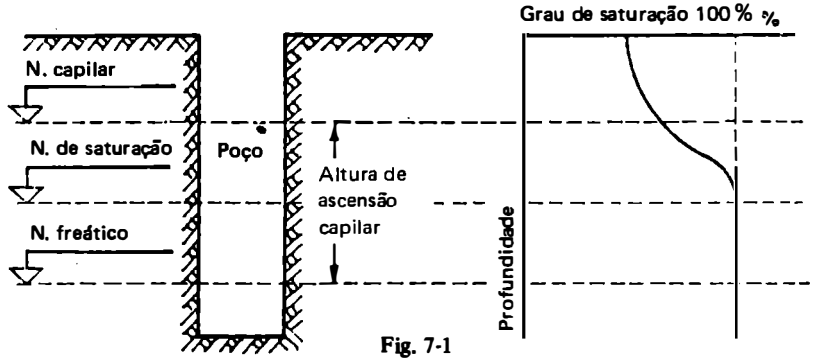


Fig. 7-1

* Sabe-se, de Física, que por *fenômenos capilares* entende-se certos fenômenos que surgem pelo contato dos líquidos com os sólidos e que resultam das ações moleculares. Assim se denominam, por terem sido originalmente observados nos tubos de diâmetros reduzidos, comparáveis aos diâmetros dos fios de cabelo (do latim *capillus*).

A *altura capilar* que alcança a água em um solo se determina, considerando sua massa como um conjunto de tubos capilares, formados pelos seus vazios (Fig. 7-2); na realidade estes "tubos" são irregulares e informes. Nisso consiste a chamada *teoria do tubo capilar*. Analisemo-la rapidamente, sem entrarmos em discussões quanto sua validade, embora seja a única que, ainda, nos proporciona meios práticos para avaliação da altura capilar.

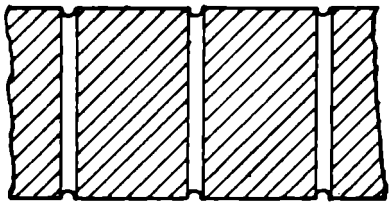


Fig. 7-2

Como se sabe, a água subirá dentro de um tubo capilar (Fig. 7-3) de diâmetro d, até uma altura h_c, tal que a componente vertical da *força capilar* F_c seja igual ao peso da coluna d'água suspensa.

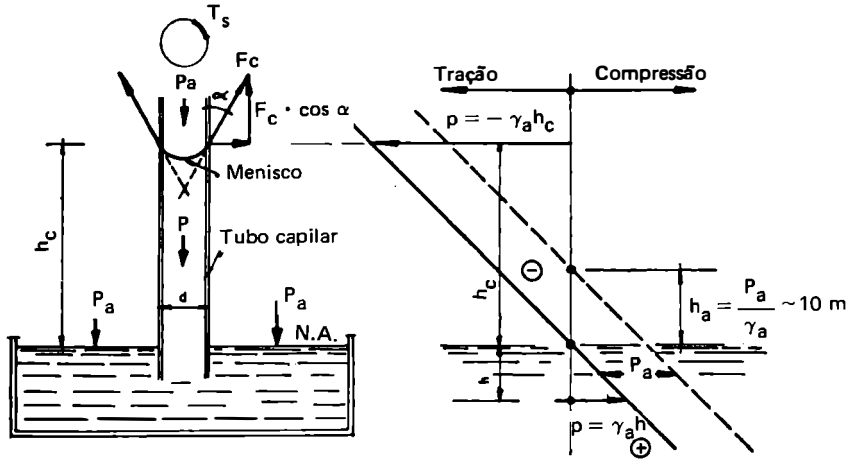


Fig. 7-3

Assim:

$$F_c \cdot \cos \alpha = \pi \cdot d \cdot T_s \cdot \cos \alpha = \frac{\pi d^2}{4} \, h_c \, \gamma_a$$

ou:

$$h_c = \frac{4T_s}{d\gamma_a} \cos \alpha$$

que é a *lei de Jurin*, onde os símbolos, ainda não definidos, significam:

T_s – *tensão superficial* da água, por unidade de linha de contato entre a água e o tubo; aproximadamente 75 dinas/cm = 0,076 4 g/cm ≅ 8 mg/mm.

α – ângulo de contato.

No momento de máxima ascensão, quando o equilíbrio é atingido, $\alpha = 0°$ e, daí, a expressão para o cálculo da altura capilar máxima:

$$h_{c,\,máx.} = \frac{4T_s}{d\gamma_a}$$

ou, para fins práticos:

$$h_{c,\,máx.} = \frac{0{,}306}{d} \text{ (com } d \text{ em cm)}$$

Na mesma figura mostramos o diagrama de tensões na água, onde, para a altura máxima, a correspondente tensão de tração na água, com o sinal negativo, vale:

$$p = -\gamma_a h_{c,\,máx.} = -\frac{4T_s}{d}\ ^*$$

---

* Esta relação é um caso particular da *fórmula de Laplace* (estabelecida em Física):

$$p = T_s\left(\frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_2}\right)$$

onde p, por unidade de área, é a resultante das pressões nos lados côncavo e convexo de um menisco, com r_1 e r_2 os raios de curvatura principais da superfície.

Se o menisco tem a forma de um hemisfério ($\alpha = 0°$), $r_1 = r_2 = r$, com r raio do tubo capilar, e assim:

$$p = \frac{2T_s}{r} = \frac{4T_s}{d}$$

como queríamos mostrar.

Pelo exposto, a altura a que se eleva a água, por ascensão capilar, é inversamente proporcional ao diâmetro dos poros. Assim, nos solos finos (siltosos e argilosos), os quais têm vazios de diâmetro reduzido, a altura capilar será maior do que nos solos grossos (pedregulhosos e arenosos); para os primeiros, $h_{c,\,máx.}$ pode atingir valores da ordem de 30 m ou mais. Para uma estimativa grosseira da altura de ascensão capilar em um solo, pode-se empregar a fórmula empírica de Hazen:

$$h_c = \frac{C}{\epsilon\, d_{10}}$$

onde d_{10} é o diâmetro efetivo, ϵ o índice de vazios e C uma constante que varia entre 0,1 cm^2 e 0,5 cm^2.

No estudo da ascensão da água nos solos, define-se, segundo Schofield, pelo símbolo pF o logaritmo decimal da *sucção*, expressa pela altura h, em centímetros de água:

$$pF = \log h.$$

O símbolo p é usado por analogia com o pH, e a letra F é a inicial da expressão "free energy" (energia livre).

7-2 Capilarímetros

A determinação experimental da capilaridade dos solos é feita por meio de aparelhos denominados *capilarímetros*, entre os quais citamos o de Beskow. O princípio deste aparelho consiste em aplicar uma força de sucção à amostra, até destruir a força capilar; esta força de sucção, medida em coluna d'água ou de mercúrio, é a que corresponderia à altura capilar no solo.

7-3 Importância dos Fenômenos Capilares

Os fenômenos capilares são muito importantes na construção de *pavimentos rodoviários*. Assim, por exemplo, se o terreno de fundação de um pavimento é constituído por um solo siltoso e o nível freático está pouco profundo, a fim de evitar que a água capilar – que, como vimos, ascende muito em solos siltosos – venha a prejudicar a estabilidade do pavimento a ser construído, tornam-se necessárias certas precauções, quer substituindo o material siltoso por outro de menor grau de capilaridade, quer construindo sub-bases e bases adequadas.

A *contração* dos solos é também explicada pelos fenômenos capilares. Com efeito, quando toda a superfície de um solo está submersa em água, não há força capilar, pois $\alpha = 90°$. À medida, porém, que a água vai sendo evaporada, vão se formando meniscos entre os seus grãos e, conseqüentemente, irão surgindo forças capilares, que aproximam as partículas (Fig. 7-4).

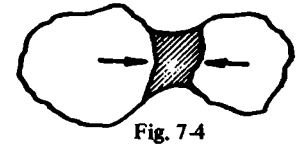


Fig. 7-4

De fato, à força que arrasta a água em um tubo capilar, corresponde uma reação que comprime as paredes do tubo. A existência dessa força pode ser constatada observando-se o comportamento de tubos capilares compressíveis sob o efeito da evaporação da água em seu interior.

Existe, assim, agindo sobre o solo e em todas as direções, uma pressão, chamada "pressão capilar", que cresce à medida que se evapora a água. Esta compressão produzida pela pressão capilar explica, desse modo, a contração dos solos durante o seu processo de perda de umidade.

De maneira análoga, pode-se explicar a *coesão aparente* da areia úmida, o que lhe permite converter uma praia em uma pista e manter-se firme em taludes muito inclinados. Uma vez, no entanto, seca ou saturada a areia, a pista se desfaz e o talude se desmorona.

Finalmente, um outro efeito muito importante é o chamado *sifonamento capilar* que se observa nas barragens de terra (Fig. 7-5).

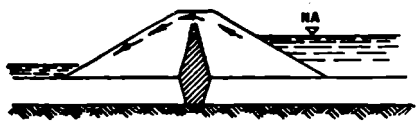


Fig. 7-5

Ele consiste na percolação da água sobre o "núcleo impermeável" da barragem, tal fato ocorrendo quando a altura capilar do material que cobre o núcleo impermeabilizante é maior que a distância entre a crista do núcleo e o nível d'água de montante.

Problemas

1) Calcular a altura capilar máxima em um tubo com 0,05 mm de raio.

   Resp.: ~ 30 cm

2) O diâmetro efetivo de uma areia é 0,065 mm e o índice de vazios 0,58. Estimar, usando a fórmula de Hazen, a altura de ascensão capilar, considerando $C = 0{,}1\ cm^2$.

   Resp.: 26,5 cm

Permeabilidade dos Solos

Capítulo 8

8-1 Coeficiente de Permeabilidade. Lei de Darcy

A permeabilidade é a propriedade que o solo apresenta de permitir o escoamento da água através dele, sendo o seu grau de permeabilidade expresso numericamente pelo "coeficiente de permeabilidade".

O conhecimento da permeabilidade de um solo é de importância em diversos problemas práticos de engenharia, tais como: drenagem, rebaixamento do nível d'água, recalques, etc.

A determinação do coeficiente de permeabilidade é feita tendo em vista a lei experimental de Darcy (proposta em 1856 por esse engenheiro francês), de acordo com a qual a velocidade de percolação é diretamente proporcional ao gradiente hidráulico (Figs. 8-1 e 8-2).

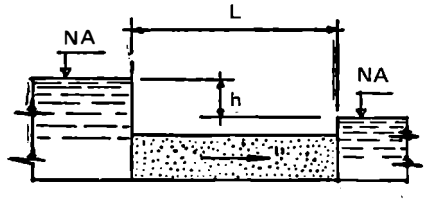


Fig. 8-1

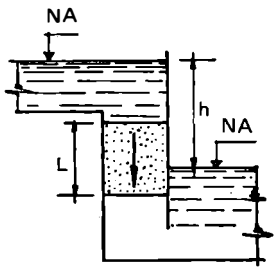


Fig. 8-2

Assim:

$$v_p = k_p\, i$$

onde:

v_p = velocidade real de percolação da água;

k_p = *coeficiente de percolação*, que é a velocidade real média de escoamento através os *vazios* do solo, quando $i = 1$;

i = gradiente hidráulico = h/L;

h = diferença entre os níveis d'água sobre cada um dos lados da camada de solo ou, em outras palavras, a perda de carga sobre a distância L;

L = espessura da camada de solo, medida na direção do escoamento.

A lei de Darcy é válida para um escoamento "laminar", tal como é possível e deve ser considerado o escoamento na maioria dos solos naturais.

Um escoamento se define como *laminar* quando as trajetórias das partículas d'água não se cortam; em caso contrário, denomina-se *turbulento*. A Fig. 8-3 mostra a variação da velocidade com o gradiente hidráulico nos escoamentos laminar ($v < v_{cr}$) e turbulento ($v > v_{cr}$).

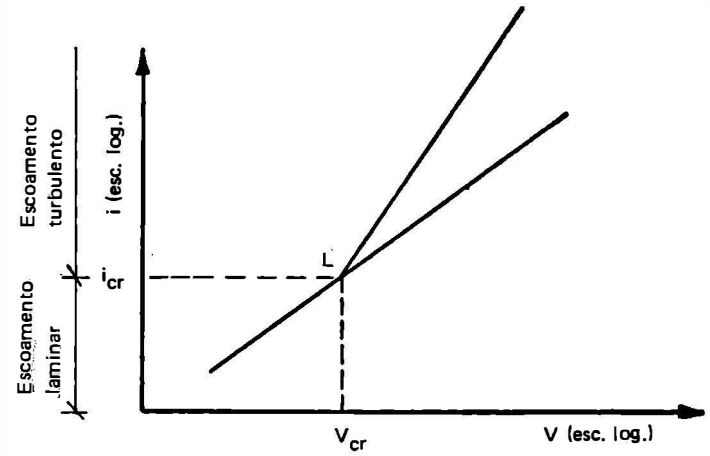


Fig. 8-3

No Vol. 2, Cap. 2, voltaremos a tratar do escoamento d'água em maciços terrosos.

Na prática, é mais conveniente trabalhar com a área total A da seção transversal da amostra de solo do que com a área média de seus vazios. Daí, então, o *coeficiente de permeabilidade* k, definido como sendo a velocidade média aparente v de escoamento da água através da área *total* (sólidos + vazios) da seção transversal do solo, sob um gradiente hidráulico unitário ($i = 1$). Assim:

$$v = ki$$

A expressão dimensional de k é, como se verifica, a de uma velocidade LT^{-1}. No sistema métrico, ele é expresso geralmente em cm/s.

A relação entre os coeficientes de permeabilidade e de percolação pode ser facilmente estabelecida desde que admitamos ser a área média de vazios do solo diretamente proporcional ao volume de vazios. Com efeito:

$$v_p = \frac{Q}{A_v} = k_p\, i \quad (Q \text{ é a descarga})$$

$$v = \frac{Q}{A} = k\, i$$

donde:

$$\frac{A}{A_v} = \frac{k_p}{k}$$

Admitindo a proporcionalidade entre as áreas e os volumes, temos:

$$\frac{A_v}{V_v} = \frac{A}{V} \text{ ou } \frac{A}{A_v} = \frac{V}{V_v}$$

Daí:

$$\frac{V}{V_v} = \frac{k_p}{k} = \frac{1}{n} \therefore k = n\, k_p = \frac{\epsilon}{1+\epsilon}\, k_p$$

Portanto:

$$v_p = \frac{v}{n}$$

onde n e ϵ representam, respectivamente, a porosidade e o índice de vazios do solo.

A *descarga total* Q através de uma área A durante um intervalo de tempo t será pois:

$$Q = A\, k\, i\, t$$

Se A for expresso em cm^2, k em cm/s e t em s, o valor de Q será obtido em cm^3.

8-2 Fatores que Influem na Permeabilidade

O coeficiente de permeabilidade varia para os diferentes solos e, para um mesmo solo, depende essencialmente da *temperatura* e do *índice de vazios*.

Quanto maior for a temperatura, menor é a viscosidade da água e, portanto, mais facilmente ela se escoa pelos vazios do solo com o correspondente aumento do coeficiente de permeabilidade; k é, pois, inversamente proporcional à viscosidade da água. Por isso, os valores de k são geralmente referidos à temperatura de 20°C, o que se faz pela seguinte relação:

$$k_{20^\circ} = k_T \frac{\eta_T}{\eta_{20^\circ}} = k_T \cdot C_v$$

onde T é a temperatura do ensaio, η a viscosidade da água (à temperatura de T° e de 20°C) e C_v a relação entre as viscosidades. Os valores de C_v são fornecidos pelo gráfico da Fig. 8-4.

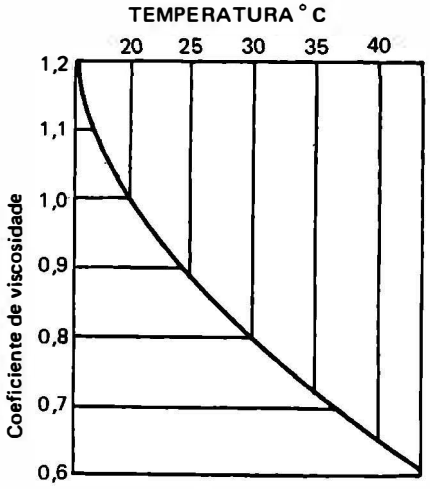


Fig. 8-4

Segundo Helmholtz, a viscosidade da água em função da temperatura é dada pela fórmula empírica:

$$\eta = \frac{0{,}017\,8}{1 + 0{,}033\,T + 0{,}00022\,T^2}$$

com η em unidades CGS e T em graus centígrados.

A influência do índice de vazios sobre a permeabilidade, em se tratando de areias puras e graduadas, pode ser expressa pela equação de A. Casagrande:

$$k = 1{,}4\,k_{0{,}85}\,e^2$$

onde $k_{0{,}85}$ é o coeficiente de permeabilidade do solo, quando $e = 0{,}85$.

8-3 Permeabilidade em Terrenos Estratificados

Em virtude da estratificação do solo, os valores de k são diferentes nas direções horizontal e vertical.

Chamando-se de k_1, k_2, k_3, ... os coeficientes de permeabilidade das diferentes camadas e de e_1, e_2, e_3, ... respectivamente as suas espessuras (Fig. 8-5), deduzamos as fórmulas dos valores médios de k nas direções paralela e perpendicular aos planos de estratificação.

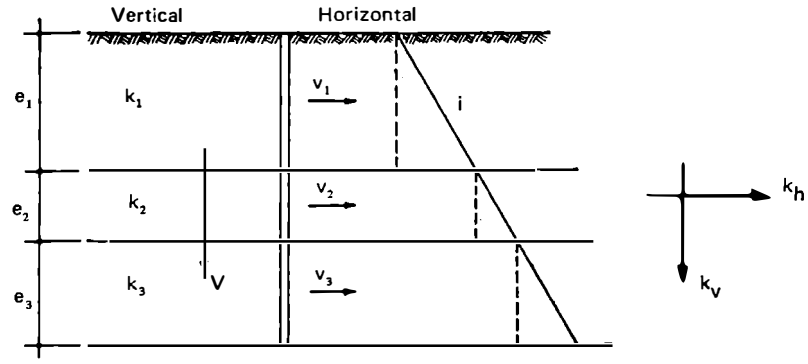


Fig. 8-5

Permeabilidade paralela à estratificação – Na direção horizontal, todos os estratos têm o mesmo gradiente hidráulico i. Assim:

$$v_{m,h} = \frac{v_1 e_1 + v_2 e_2 + v_3 e_3 + \ldots}{e_1 + e_2 + e_3 + \ldots} = k_h i$$

ou:

$$v_{m,h} = \frac{\Sigma\, v_i e_i}{\Sigma\, e_i} = \frac{\Sigma\, k_i i e_i}{\Sigma\, e_i} = \frac{i \Sigma\, k_i e_i}{\Sigma\, e_i} = k_h i$$

donde:

$$k_h = \frac{\Sigma\, k_i e_i}{\Sigma\, e_i}$$

Permeabilidade perpendicular à estratificação – Na direção vertical, sendo contínuo o escoamento, a velocidade v é constante. Portanto:

$$v = k_1 \frac{\Delta h_1}{e_1} = k_2 \frac{\Delta h_2}{e_2} = k_3 \frac{\Delta h_3}{e_3} = \ldots = k_v \frac{\Delta h}{\Sigma\, e_i}$$

Daí, obtém-se sucessivamente:

$$k_v = \frac{v \Sigma\, e_i}{\Delta h} = \frac{\Sigma\, e_i}{\frac{\Delta h}{v}} = \frac{\Sigma\, e_i}{\frac{\Delta h_1}{v} + \frac{\Delta h_2}{v} + \frac{\Delta h_3}{v} + \ldots} =$$

$$= \frac{\Sigma\, e_i}{\frac{\Delta h_1}{k_1 \frac{\Delta h_1}{e_1}} + \frac{\Delta h_2}{k_2 \frac{\Delta h_2}{e_2}} + \frac{\Delta h_3}{k_3 \frac{\Delta h_3}{e_3}} + \ldots} =$$

$$= \frac{\Sigma e_i}{\frac{e_1}{k_1} + \frac{e_2}{k_2} + \frac{e_3}{k_3} + \ldots}$$

donde, finalmente:

$$k_v = \frac{\Sigma e_i}{\Sigma \frac{e_i}{k_i}}$$

Para camadas de mesma permeabilidade, $k_1 = k_2 = \ldots = k_n$, obtém-se pela aplicação dessas fórmulas:

$$k_h = k_v$$

Demonstra-se, ainda, que em todo depósito estratificado, teoricamente:

$$k_h > k_v.$$

8-4 Intervalos de Variação do Coeficiente de Permeabilidade

O valor de k é comumente expresso como um produto de um número por uma potência negativa de 10. Exemplo: $k = 1{,}3 \times 10^{-8}$ cm/s, valor este, aliás, característico de solos considerados como impermeáveis para todos os problemas práticos.

Na Fig. 8-6 apresentamos, segundo A. Casagrande e R. E. Fadum, os intervalos de variação de k para os diferentes tipos de solos.

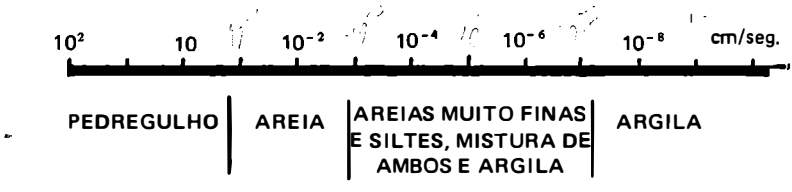


Fig. 8-6

Para a bentonita e a 10°C, $k = 0{,}0033$ mm/ano (Petermann).

8-5 Determinação do Coeficiente de Permeabilidade

A determinação de k pode ser feita: por meio de fórmulas que o relacionam com a granulometria (por exemplo, a fórmula de Hazen), no laboratório utilizando-se os "permeâmetros" (de nível constante ou de nível variável) e *in loco* pelo chamado "ensaio de bombeamento" ou pelo ensaio de "tubo aberto"; para as argilas, a permeabilidade se determina a partir do "ensaio de adensamento" (Cap. 9).

Fórmula de Hazen — Esta fórmula, válida somente para areias fofas e uniformes, escreve-se:

$$k = C(d_{10})^2$$

onde k é obtido em cm/s, sendo $d_{10} = d_{ef}$ em centímetros e C um coeficiente que varia de 100 a 150.

Levando-se em conta a temperatura T (em °C), esta fórmula se escreve:

$$k = C(0{,}7 + 0{,}03\,T)\,d_{10}^2 \text{ (em cm/s)}$$

Permeâmetro de nível constante – O permeâmetro de nível constante (Fig. 8-7) é empregado, geralmente, para solos granulares (arenosos) e o coeficiente k é determinado medindo-se a quantidade de água, mantida a nível constante, que atravessa em um determinado tempo t uma amostra de solo de seção A e altura L conhecidas.

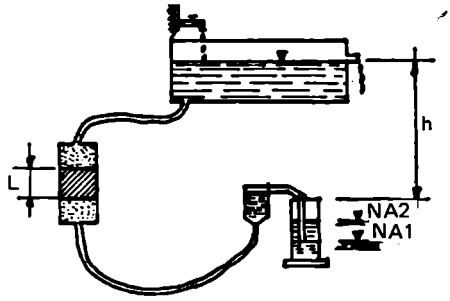


Fig. 8-7

A quantidade de água que atravessa a amostra é recolhida em um recipiente graduado, onde é medida: seja Q essa quantidade.

Por intermédio da fórmula:

$$Q = k\,\frac{h}{L}\,A\,t$$

onde h é o desnível entre a superfície de entrada da água e a superfície de saída, tem-se imediatamente:

$$k = \frac{Q\,L}{A\,h\,t}$$

Permeâmetro de nível variável – O permeâmetro de nível variável (Fig. 8-8) é considerado mais vantajoso que o anterior, sendo preferencialmente usado para solos finos.

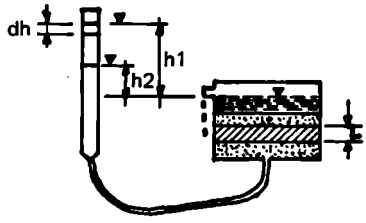


Fig. 8-8

A descarga Q é medida na bureta graduada de seção a. Durante um pequeno intervalo de tempo dt o nível decresce de um certo valor dh. A descarga através da bureta vale, portanto:

$$dQ = -a\,dh$$

com o sinal – porque h decresce quando t cresce.

Por outro lado, através da amostra de solo tem-se:

$$dQ = k\frac{h}{L}A\,dt$$

Igualando essas duas expressões:

$$-\frac{dh}{h} = k\frac{A}{La}\,dt$$

A descarga total no período de tempo

$$t = t_2 - t_1$$

durante o qual o nível decresceu de h_1 para h_2, é obtida integrando-se a equação acima entre limites convenientes. Assim temos:

$$\int_{h_1}^{h_2} -\frac{dh}{h} = k\frac{A}{La}\int_{t_1}^{t_2} dt$$

$$\left[-\log_e h\right]_{h_1}^{h_2} = \left[k\frac{A}{La}t\right]_{t_1}^{t_2}$$

$$\log_e h_1 - \log_e h_2 = k\frac{A}{La}(t_2 - t_1)$$

$$\log_e \frac{h_1}{h_2} = k\frac{A}{La}(t_2 - t_1)$$

$$k = \frac{La}{A(t_2 - t_1)}\log_e \frac{h_1}{h_2}$$

ou, finalmente:

$$k = 2{,}3\frac{La}{At}\log_{10}\frac{h_1}{h_2}$$

transformando o $\log_e$ em $\log_{10}$.

Ensaio de bombeamento – Por meio deste ensaio determina-se *in loco*, a permeabilidade de estratos de areia ou de pedregulho, situados abaixo do nível freático. A Fig. 8-9 ilustra o princípio em que se baseia o ensaio.

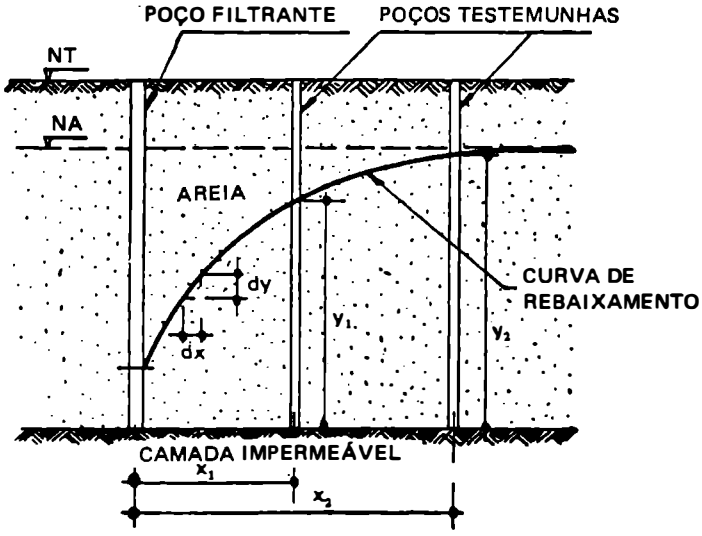


Fig. 8-9

A partir do instante em que o nível d'água no poço se torna praticamente estacionário, a descarga, através da superfície exterior de uma superfície cilíndrica de raio x, é dada, de acordo com a lei de Darcy, pela expressão:

$$q = k\,i\,A = k\,\frac{dy}{dx}\,2\,\pi\,x\,y$$

Separando as variáveis e integrando, vem:

$$\int_{x_1}^{x_2} \frac{dx}{x} = \frac{2\,\pi\,k}{q} \int_{y_1}^{y_2} y\,dy$$

donde:

$$k = \frac{q \log_e \frac{x_2}{x_1}}{\pi\,(y_2^{\,2} - y_1^{\,2})}$$

ou:

$$k = \frac{2{,}3\,q \log_{10} \frac{x_2}{x_1}}{\pi\,(y_2^{\,2} - y_1^{\,2})}$$

que é a fórmula de Dupuit para o cálculo de k, pelo ensaio de bombeamento. No Vol. 2 voltaremos a esse assunto.

Ensaio de "tubo aberto" – O ensaio conhecido como o do "tubo aberto", consiste em cravar um tubo de sondagem no terreno, até a profundidade desejada, e enchê-lo com

...(Fig. 8-10), medindo-se a velocidade com que a água se escoa pelo tubo e se infiltra ... terreno segundo superfícies esféricas concêntricas.

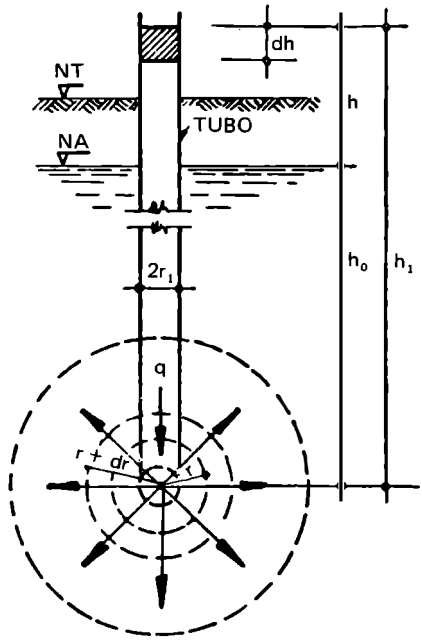


Fig. 8-10

Para uma esfera de raio r, podemos escrever:

$$v = \frac{q}{4\pi r^2}$$

e, por outro lado:

$$v = k\,i = -k\frac{dh}{dr}$$

Igualando:

$$\frac{q}{4\pi r^2} = -k\frac{dh}{dr}$$

ou:

$$-dh = \frac{q}{4k\pi} \cdot \frac{dr}{r^2}$$

Integrando:

$$\int_{h_1}^{h_0} -dh = \frac{q}{4\,k\,\pi} \int_{r_1}^{\infty} \frac{dr}{r^2}$$

vem:

$$h_1 - h_0 = h = \frac{q}{4\,k\,\pi} \cdot \frac{1}{r_1}$$

e daí:

$$q = 4\,k\,\pi\,hr_1$$

Podemos escrever ainda, tendo em vista a continuidade da descarga, que:

$$\pi r_1^{\,2} \cdot dh = q \cdot dt$$

donde, substituindo q pelo valor acima, resulta:

$$4\,k\,h \cdot dt = r_1 \cdot dh$$

ou, finalmente:

$$k = \frac{r_1}{4\,h} \cdot \frac{dh}{dt}$$

Para pequenas variações de t e as correspondentes de h, podemos substituir $\frac{dh}{dt}$ por $\frac{\Delta h}{\Delta t}$, obtendo-se:

$$k = \frac{r_1}{4\,h} \cdot \frac{\Delta h}{\Delta t}$$

que é a fórmula usualmente empregada neste ensaio.

8-6 Nota

O coeficiente de permeabilidade k de um solo, que aparece na lei de Darcy: $\vec{v} = -\,k$ grad $\cdot\, h$ (que também se escreve sob esta forma vetorial, onde *grad* $\cdot\, h$ é o gradiente da carga hidráulica h), envolve propriedades físicas, não só do solo, como do fluido.

Para caracterizar a influência de uma e de outra dessas propriedades, foram propostas as fórmulas:

$$k = k' \frac{\gamma_a}{\eta} \qquad \text{(Nutting)}$$

e:

$$k' = c \frac{n^3}{s^2} \qquad \text{(Kozeny)}$$

daí resultando:

$$k = c \frac{n^3 \gamma_a}{s^2 \eta}$$

onde n é a porosidade, s a superfície específica, η o coeficiente de viscosidade e c uma constante apropriada.

Sobre os limites de validade da lei de Darcy existem pesquisas recentes (veja-se, por exemplo, *Geotecnia y Cimientos*, de Salas e Alpañes, citado na bibliografia).

Para as argilas saturadas, Nishida (veja-se A. Singh – *Soil Engineering* – 2ª ed. – 1977) estabeleceu a seguinte relação empírica entre o índice de vazios ϵ e o coeficiente de permeabilidade k (em cm/s):

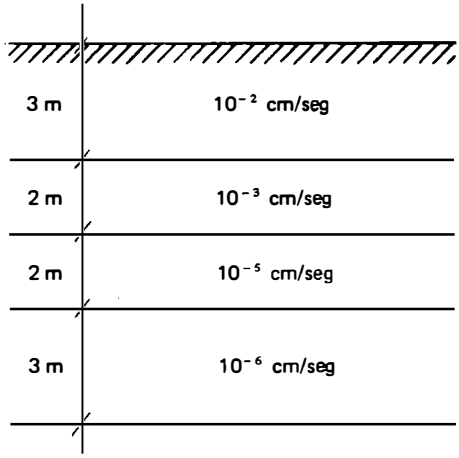
$$\epsilon = \alpha + \beta \log_{10} k$$

com $\alpha = 10\beta$ e $\beta = 0{,}01$ IP + δ sendo IP em % e δ uma constante dependendo do tipo de solo e de valor médio 0,05.

A relação é válida para k entre 10^{-7} e 10^{-4} cm/s.

Problema

Para o terreno abaixo, qual a razão entre os coeficientes de permeabilidade na direção horizontal e na direção vertical?



Resp.: $\sim 10^3$

Compressibilidade

Capítulo 9

A – INTRODUÇÃO

9-1 A Compressibilidade

Uma das principais causas de recalques é a *compressibilidade* do solo, ou seja, a diminuição do seu volume sob a ação das cargas aplicadas; em particular, um caso de grande importância prática é aquele que se refere à compressibilidade de uma camada de solo, saturada e confinada lateralmente. Tal situação condiciona os chamados *recalques por adensamento*, que alguns autores preferem denominar *recalques por consolidação*.

9-2 Relação Carga-Deformação

Todos os materiais deformam-se pela ação de uma carga aplicada, fornecendo a Resistência dos Materiais, para os diversos materiais (madeira, aço etc.) empregados em construção, as características da correlação entre as cargas e as respectivas deformações.

Essas correlações encontram-se tabeladas e são utilizadas diretamente no projeto das estruturas.

Em engenharia de fundações já o problema é mais complexo; as deformações dos solos, além de comparativamente maiores que a dos materiais de construção – nestes a deformação unitária correspondente à pressão no limite de segurança é da ordem de 0,005%, enquanto naqueles é maior do que 0,5% (caso de areia compacta), atingindo mesmo 2,5% (caso de argila plástica) –, não se verificam instantaneamente com a aplicação da carga, mas sim em função do tempo, como é exemplo característico o que acontece com as argilas.

No diagrama pressão-deformação específica, para o concreto e para a argila, Fig. 9-1, observem-se as deformações nos limites de segurança.

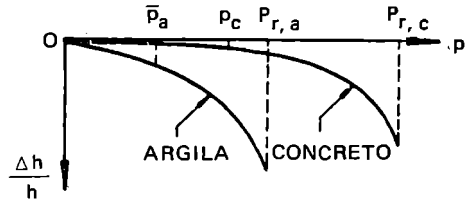


Fig. 9-1

Acresce ainda que tais deformações, geralmente *não uniformes*, podem não ser prejudiciais ao solo propriamente dito, mas comprometer as estruturas que assentam sobre ele.

Surgiriam, assim os *recalques diferenciais*, os quais provocariam nas estruturas esforços adicionais que, por vezes, se tornam bastante comprometedores à sua própria estabilidade.

O problema do cálculo de recalques, como se verifica, é também de interesse do engenheiro de estruturas, que necessita conhecer esses recalques para poder avaliar sua repercussão sobre a obra.

Interessa-nos, pois, quando projetamos uma construção, prever os recalques a que esta estará sujeita, para daí decidir com acerto sobre o tipo de fundação e até mesmo sobre o sistema estrutural a ser adotado.

Para a estimativa da ordem de grandeza dos recalques por adensamento, além do reconhecimento do subsolo, que nos dará a conhecer a espessura, posição e natureza das camadas que o constituem, bem como os níveis d'água, necessita-se ainda conhecer:

a) a distribuição das pressões produzidas em cada um dos pontos do terreno, pela carga da obra (veja-se Vol. II, Cap. 3).

b) as propriedades dos solos que interessam ao problema em exame, cuja caracterização adiante abordaremos.

9-3 Processo de Adensamento

A fim de explicar em que consiste o mecanismo do *processo de adensamento*, consideraremos o caso representado na Fig. 9-2 por uma fundação que distribui sua carga a uma camada de argila saturada, limitada por camada de areia e por um leito rochoso, impermeável.

Em um ponto M qualquer da camada compressível de argila saturada, admitamos que a pressão transmitida pela fundação seja p_0.

Ora, parte dessa pressão, u, vai ser transmitida à água que enche os vazios do solo; e a outra parte, p, às suas partículas sólidas, de modo a se ter:

$$p_0 = p + u$$

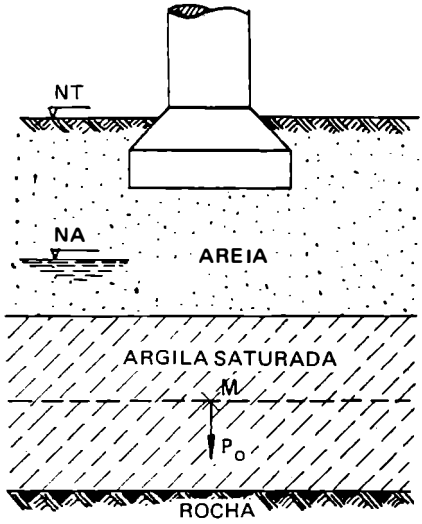


Fig. 9-2

A pressão p tem o nome de *pressão efetiva* ou *pressão grão a grão*, e ao *acréscimo de pressão neutra*, u, chama-se *sobrepressão hidrostática.*

A água (admitida incompressível) que está presa nos vazios do solo, sofrendo esta sobrepressão, começa a se escoar em direção vertical, no sentido da camada drenante de areia; no caso de argila, como a sua permeabilidade é muito baixa, o escoamento se faz muito lentamente.

Dessa forma, a pressão u vai diminuindo até anular-se, e p vai aumentando, uma vez que p_0 é constante.

Assim, no momento de aplicação da carga: $u = p_0$ e $p = 0$ e, no final, quando cessa a transferência de pressões de u para p, praticamente $u = 0$ e $p = p_0$. Em uma fase intermediária qualquer, teremos:

$$p_0 = p(t) + u(t)$$

uma vez que, como ficou explicado, p e u são funções do tempo.

A Fig. 9-2*a* visualiza os significados de p e u.

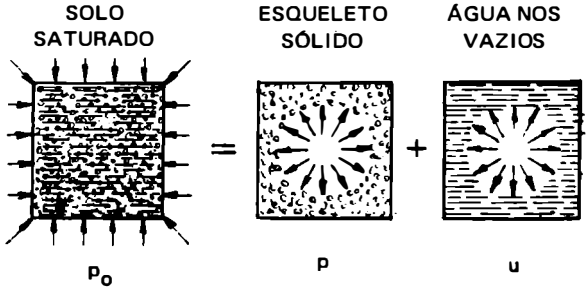


Fig. 9-2a

Esta é a lei fundamental que rege o fenômeno do adensamento das camadas de solo. Poderíamos mesmo dizer que se trata de uma das equações mais importantes da Mecânica dos Solos.

Para uma análise das pressões que se instalam nas fases sólida, líquida e gasosa de um *solo não saturado*, consideremos duas partículas sólidas em contato sobre uma superfície de área A_s (Fig. 9-2*b*).

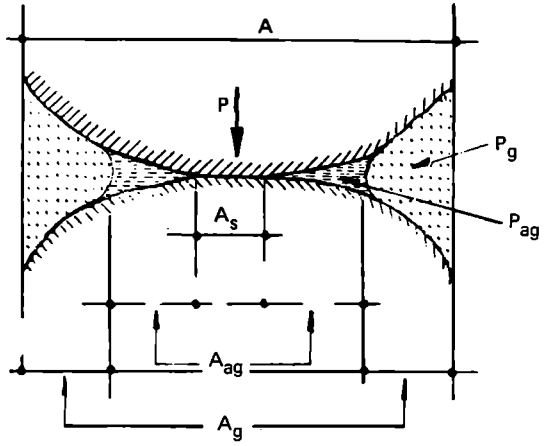


Fig. 9-2b

Seja P a força total normal ao plano de contato, na situação de equilíbrio. Com as demais indicações da figura, podemos escrever:

$$P = p_s A_s + p_{ag.} A_{ag.} + p_g A_g$$

ou:

$$\frac{P}{A} = \sigma = p_s \frac{A_s}{A} + p_{ag.} \frac{A_{ag.}}{A} + p_g \frac{A - A_s - A_{ag.}}{A}$$

ou, ainda:

$$\sigma = a p_s + (1 - a)\, p_g - \chi\, (p_g - p_{ag.})$$

com

$$\frac{A_s}{A} = a \quad \text{e} \quad \frac{A_{ag.}}{A} = \chi.$$

Como a é muito pequeno, $(1 - a) \to 1$; ao contrário, p_s, em geral, é muito elevado. Assim, fazendo $a p_s = p$ (*pressão efetiva*), podemos escrever:

$$p = \sigma - p_g + \chi\, (p_g - p_{ag.})$$

que é o princípio das pressões efetivas (proposto por Terzaghi) generalizado aos solos não saturados por Bishop (1955).

Para solos secos:

$$\chi = 0 \therefore p = \sigma - p_g$$

Para solos saturados:

$$\chi = 1 \therefore p = \sigma - p_{ag.}$$

A pressão na água ($p_{ag.}$) por sua vez se decompõe em:

$$p_{ag.} = u_h + u$$

onde u_h é a *pressão hidrostática* e u a *pressão neutra* ou *sobrepressão hidrostática* oriunda de uma sobrecarga aplicada ao solo.

9-4 Analogia Mecânica de Terzaghi

Compreende-se facilmente esse mecanismo da transferência de pressões, utilizando-se a *analogia mecânica de Terzaghi* (Fig. 9-3), onde as molas representam o "esqueleto sólido" do solo, e os furos capilares nos êmbolos, os seus vazios. É claro que a pressão nas molas (ou seja, no esqueleto sólido) aumenta à medida que a água escapa pelos furos (ou então através dos poros do material).

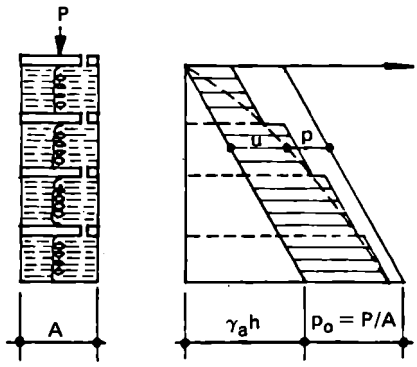


Fig. 9-3

Para a analogia mecânica a que nos estamos referindo, a Fig. 9-3*a* mostra-nos a distribuição da pressão neutra através dos tubos piezométricos instalados. A curva ligando os níveis d'água, para um determinado tempo t, chama-se *isócrona*.

Escapando-se a água intersticial da camada compressível considerada, o volume dos seus vazios vai diminuindo e, conseqüentemente, o seu volume total. Como a camada está confinada lateralmente, a diminuição de volume se dará por diminuição de altura. Esta diminuição de *altura* é que se denomina *recalque por adensamento*.

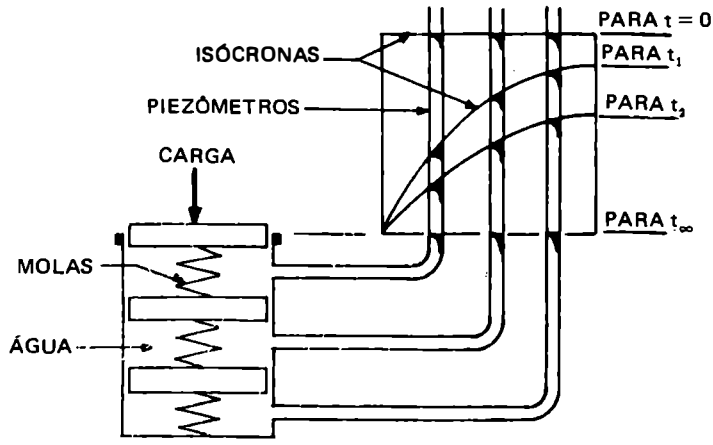


Fig. 9-3a

9-5 Observações

O adensamento de uma camada de solo se dá, a rigor, através de um processo tridirecional de escoamento d'água, com conseqüentes variações das dimensões da massa de solo em todas as direções. Entretanto, para um material com relação carga-deformação tão complexa como o solo, tal análise não seria possível; não nos referimos ao caso particular provocado por "drenos verticais de areia", cuja teoria é conhecida (veja-se Vol. 2, Cap. 22).

O objeto, porém, do estudo que vimos apresentando, é aquele em que uma camada de argila se encontra limitada, em uma ou duas faces, por uma camada drenante.

Neste caso, que é o comum, e por isso de interesse prático, podemos considerar o processo como essencialmente unidirecional.

9-6 Compressibilidade dos Terrenos Permeáveis (Areia e Pedregulho)

Em se tratando de terrenos muito permeáveis, como as areias e os pedregulhos, o processo de adensamento não se apresenta como acabamos de expor, pois a pressão efetiva é praticamente sempre igual à pressão aplicada e, conseqüentemente, as deformações se produzem de maneira muito rápida. Tais deformações explicam-se simplesmente como devidas a um reajuste de posição das partículas do solo; daí serem, em muito maior grau que nas argilas, irreversíveis as deformações nos terrenos permeáveis.

9-7 Compressibilidade dos Terrenos Pouco Permeáveis (Argila)

No caso de camada de argila, e de acordo com o mecanismo anteriormente descrito, a sua variação de altura, que se denomina *compressão primária* ou *adensamento propriamente dito*, representa apenas uma fase particular da compressão. Além desta, considera-se ainda a *compressão inicial* ou *imediata* – a qual se atribui a uma deformação da estrutura

da argila ante a aplicação brusca da carga e à compressão instantânea da fase gasosa, quando esta existir – e a *compressão secundária* ou *secular*, também chamada "efeito secundário" do adensamento, o qual se explica como uma compressão do esqueleto sólido formado pelas partículas do solo.

Desses três tipos de compressão, apenas o primeiro tem importância especial, dados os seus efeitos sobre as construções. Mais adiante voltaremos ao assunto, estudando-o em seus detalhes.

Tanto os efeitos devidos à compressão inicial como os ocasionados pela compressão secundária, são em geral negligenciados na prática; os primeiros, em virtude de seu pequeno valor; os outros, por serem muito atenuados pela extrema lentidão com que as deformações ocorrem, muito embora a compressão secundária seja, às vezes, responsável por uma apreciável fração do recalque total.

B – TEORIA DO ADENSAMENTO

9-8 Referência Histórica

Indiscutivelmente a teoria do adensamento constitui um dos capítulos mais desenvolvidos e mais interessantes (embora, por certo aspecto, de triste memória) da história da Mecânica dos Solos.

Revendo a bibliografia, podemos situar o seu desenvolvimento no longo período que vai de 1856, com Tyndall, até 1936, com Terzaghi e Frohlich, dando assim por estabelecida a sua teoria e os meios para aplicá-la aos problemas práticos e comuns.

Segundo os diferentes autores, os trabalhos basilares sobre o assunto devem-se a Terzaghi (Erdbaumechanik; 1925), a Alberto Ortenblad (Mathematical Theory of the Process of Consolidation of Mud Deposits; 1930) e a Terzaghi e Fröhlich (Theorie der Setzung von Tonschichten; 1936).

Baseados nestes trabalhos e nos estudos de Carrilo, Baron, Milton Vargas, Icaraby da Silveira e outros, a teoria do adensamento generalizou-se ao caso tridirecional, como já aludimos (drenos verticais de areia), permitindo, além disso, a solução de uma série de casos particulares de consolidação, atingindo assim um elevado grau do seu desenvolvimento teórico.

Existe hoje na literatura técnica uma extensa e variada bibliografia sobre a matéria. Entre nós, o assunto é tratado, dentre outros e com o desenvolvimento correspondente ao objetivo da obra e à época em que foi escrita, no "Curso de Mecânica dos Solos e Fundações" (1956), do Prof. Costa Nunes, no "Manual do Engenheiro", IV volume (1955), de autoria dos Profs. Milton Vargas e Antônio Ferraz Napoles Neto e na tese "Sobre a Mecânica dos Solos", do Prof. Victor Ribeiro Leuzinger, escrita em 1927.

Foi recordando-nos do suicídio do Professor Fillunger, que consideramos o desenvolvimento da teoria do adensamento, por certo aspecto, de triste memória. Tal desfecho, como se sabe, decorreu do desapontamento desse Professor por ter a Comissão especialmente designada pela Universidade de Viena, a pedido de Terzaghi, concluído pela correção dos fundamentos da teoria do adensamento, a despeito das acerbas críticas e do combate que lhe movera o infelicitado Professor, em 1937.

9-9 Hipóteses Básicas Simplificadoras

Na formulação teórica da questão, e no que se segue abordaremos apenas a sua conceituação clássica, admitem-se as seguintes hipóteses simplificadoras:

- a camada compressível tem espessura constante, é lateralmente confinada e o solo que a constitui é homogêneo;
- todos os vazios estão saturados d'água;
- tanto a água como as partículas sólidas são incompressíveis;
- o escoamento da água obedece à lei de Darcy (com coeficiente de permeabilidade constante) e se processa unicamente na direção vertical;
- uma variação na pressão efetiva no solo causa uma variação correspondente no índice de vazios.

Tais concessões às condições reais conferem um caráter aproximado, para fins práticos, às conclusões dessa teoria, embora, em geral, satisfatório.

9-10 Equação Diferencial do Adensamento

Seja dz a espessura de uma camada de argila saturada, a qual é atravessada, num tempo dt, por um fluxo de água, nas condições indicadas na Fig. 9-4. De acordo com a lei de Darcy, a água é expulsa dos vazios do solo, com uma velocidade:

$$v = k\,i$$

sendo k o coeficiente de permeabilidade e i o gradiente hidráulico.

Podemos então, escrever:

$$v = -\,k\frac{\partial h}{\partial z}$$

onde h é a altura piezométrica; com o sinal $-$ porque h diminui quando z cresce.

Considerando que u é a pressão neutra e γ_a é o peso específico da água, temos:

$$v = -\frac{k}{\gamma_a}\cdot\frac{\partial u}{\partial z}$$

A variação de v ao longo de dz será, assim

$$\frac{\partial v}{\partial z} = -\frac{k}{\gamma_a}\cdot\frac{\partial^2 u}{\partial z^2}$$

Ora, sendo $v = \dfrac{q}{A\cdot t}$ conclui-se que v representa o volume ou a quantidade q de água que se escoa, num tempo t, ao longo do prisma de seção unitária. Nessas condições, a água eliminada dos vazios do solo, no tempo dt, será:

$$-\frac{k}{\gamma_a}\cdot\frac{\partial^2 u}{\partial z^2}$$

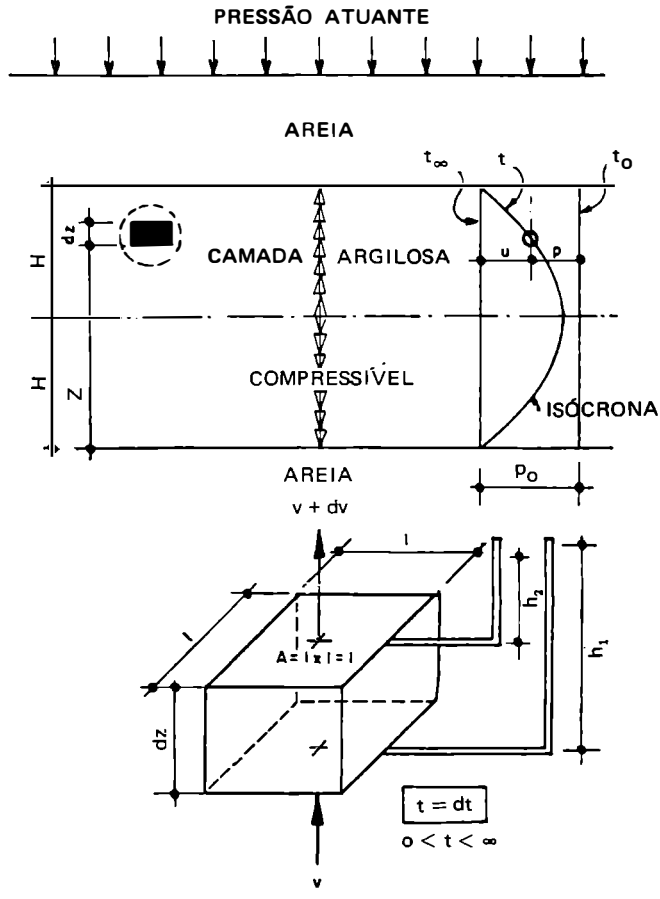


Fig. 9-4

Como a retirada de uma certa quantidade de água dos vazios do solo é, naturalmente, acompanhada por uma igual redução dos seus vazios e levando em conta que o índice de vazios diminui com o tempo t, podemos escrever (Fig. 9-5):

$$-\frac{k}{\gamma_a}\cdot\frac{\partial^2 u}{\partial z^2} = -\frac{1}{1+\epsilon}\cdot\frac{\partial \epsilon}{\partial t} \tag{1}$$

Por outro lado, definindo-se o *coeficiente de compressibilidade* do solo, como:

$$a_v = -\frac{d\epsilon}{dp}$$

com o sinal $-$, pois ϵ diminui quando aumenta p, sendo esta a pressão efetiva $p = p_0 - u$ e, considerando que p_0, a pressão total atuante, é constante, tem-se:

$$d\epsilon = a_v \cdot du$$

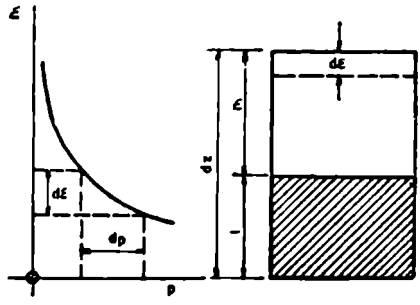


Fig. 9-5

Donde:

$$\frac{\partial \epsilon}{\partial t} = a_v \frac{\partial u}{\partial t}$$

Em (1) trocando o sinal, substituindo $\frac{\partial \epsilon}{\partial t}$ pelo seu valor e fazendo

$$\frac{k(1+\epsilon)}{a_v \cdot \gamma_a} = c_v \tag{2}$$

e que se denomina *coeficiente de adensamento*, obtém-se a equação diferencial:

$$c_v \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} = \frac{\partial u}{\partial t} \tag{3}$$

Tal é, em sua forma clássica, a *equação de derivadas parciais, de 2ª ordem*, que rege o fenômeno do adensamento unidirecional de uma camada argilosa saturada, considerando verificadas as hipóteses básicas em que se estrutura esta teoria.

Dado o coeficiente de permeabilidade (k) em cm/s, o coeficiente de adensamento (c_v) virá expresso em cm^2/s.

Observação – Embora $d\epsilon$, dp e du não sejam "infinitamente pequenos" e, sim, variações "muito pequenas", podemos, sem inconvenientes, confundir com suas diferenciais.

"Este gênero de cálculo aproximado é de uso diário nas ciências aplicadas, particularmente na engenharia" (Losada y Puga – *Curso de Análisis Matemático* – Tomo I, pág. 184).

Equação do Adensamento Para um Fluxo Tridirecional

Como teoricamente se estabelece, a equação do adensamento para um fluxo tridirecional em um solo anisótropo em relação à permeabilidade, escreve-se:

$$\frac{\partial u}{\partial t} = c_{vx} \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + c_{vy} \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + c_{vz} \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} \cdot$$

Se o solo é isótropo, isto é, se:

$$k_x = k_y = k_z = k$$

$$c_{vx} = c_{vy} = c_{vz} = c_v$$

teremos:

$$\frac{\partial u}{\partial t} = c_v \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} \right).$$

De maneira compacta, esta equação se escreve:

$$\frac{\partial u}{\partial t} = c_v \nabla^2 u.$$

Caso dos drenos verticais de areia:

Neste caso:

$$k_x = k_y = k_h \neq k_z = k_v$$

o que nos dará:

$$\frac{\partial u}{\partial t} = c_h \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \right) + c_v \frac{\partial^2 u}{\partial z^2}$$

ou, em coordenadas cilíndricas:

$$\frac{\partial u}{\partial t} = c_h \left(\frac{\partial^2 u}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial u}{\partial r} \right) + c_v \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} \text{ (com } c_h = c_{vr}).$$

Se o solo é isótropo, a equação passa a se escrever:

$$\frac{\partial u}{\partial t} = c_v \left(\frac{\partial^2 u}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial u}{\partial r} + \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} \right).$$

9-11 Analogia Termodinâmica do Adensamento

A equação (3) traduz a chamada *analogia termodinâmica do adensamento*, pois uma equação da mesma forma aplica-se, de há muito, na Física Teórica, no estudo da transmissão do calor através de uma placa de material isótropo, de espessura $2H$ e temperatura uniforme, isolada em suas faces laterais e colocada rapidamente num meio de temperatura mais baixa.

O excesso de pressão hidrostática corresponde à temperatura; o coeficiente de permeabilidade ao coeficiente de condutibilidade térmica; o coeficiente de adensamento ao coeficiente de propagação da temperatura.

De um modo geral, o método da Analogia Matemática, muito usado na técnica moderna, baseia-se no fato de fenômenos diferentes serem traduzidos por expressões matemáticas idênticas, o que permite uma solução experimental simples de certos problemas teóricos difíceis.

No caso em apreço, a analogia é flagrante, pois de um lado temos um fluxo de água estabelecido sob um gradiente de pressões e, de outro, um fluxo de calor estabelecido sob um gradiente de temperaturas.

9-12 Resolução da Equação Diferencial

Resolvamos, agora, a equação (3), pesquisando a função,

$$u = F(z, t)$$

que a satisfaça. Várias são as funções existentes; a verdadeira, porém, é aquela que atende às *condições limites*. Estas condições, para o caso em estudo, são:

1ª) para $z = 0$ . . . . . $u = 0$
2ª) para $z = 2H$ . . . . . $u = 0$
3ª) para $t_0 = 0$ . . . . . $u = p_0$

De fato, nas duas faces horizontais da camada de argila ($z = 0$ e $z = 2H$), a água se escoa livremente pelo material permeável (areia), não havendo pois excesso de pressão hidrostática ($u = 0$) e, no instante ($t_0 = 0$) de aplicação da carga, a pressão neutra é igual à pressão total atuante ($u = p_0$). Na Fig. 9-4 indicamos a curva *isócrona* para um tempo t.

Expressando o valor de u, dado em (3), mediante o produto de duas funções de uma só variável (solução de Bernoulli), teremos:

$$u = f(z)\,\varphi(t) \tag{4}$$

sendo $f(z)$ e $\varphi(t)$ funções, respectivamente, só de z e só de t.

Derivando e substituindo esses valores em (3), a equação diferencial se escreverá:

$$c_v\, f''(z)\varphi(t) = f(z)\varphi'(t)$$

donde:

$$\frac{f''(z)}{f(z)} = \frac{\varphi'(t)}{c_v\,\varphi(t)}$$

Devendo ser iguais entre si essas expressões, que dependem de duas variáveis independentes, como são a ordenada z e o tempo t, elas deverão ter um valor constante que, por conveniência, designaremos por $-A^2$. Assim, obteremos:

$$f''(z) = -A^2 f(z) \tag{5}$$

$$\varphi'(t) = -A^2 c_v\,\varphi(t) \tag{6}$$

que são equações diferenciais ordinárias, lineares, com coeficientes constantes e homogêneas, respectivamente, de 2ª e 1ª ordem.

Integremo-las. A "equação característica" de (5) escreve-se:

$$s^2 = -A^2$$

cujas raízes são:

$$s = \pm A\,i$$

onde agora, i é o símbolo da unidade imaginária.

A integral geral será, portanto:

$$f(z) = C_1 e^{Aiz} + C_2 e^{-Aiz}$$

sendo e a base do sistema neperiano de logaritmos.

Podemos escrever, ainda:

$$f(z) = C_1 (\cos Az + i \operatorname{sen} Az) + C_2 (\cos Az - i \operatorname{sen} Az) =$$
$$= (C_1 + C_2) \cos Az + i (C_1 - C_2) \operatorname{sen} Az = C_3 \cos Az + C_4 \operatorname{sen} Az$$

onde C_3 e C_4 são constantes arbitrárias.

Analogamente, para a equação (6), teremos:

$$s = -A^2 c_v$$
$$\varphi(t) = C_5 e^{-A^2 c_v t}$$

sendo C_5, também, uma constante arbitrária.

Substituindo esses valores de $f(z)$ e $\varphi(t)$ em (4), tem-se:

$$u = (C_3 \cos Az + C_4 \operatorname{sen} Az) C_5 e^{-A^2 c_v t} \quad \text{ou} \quad u = (C_6 \cos Az + C_7 \operatorname{sen} Az) e^{-A^2 c_v t}$$

onde C_6 e C_7 são as novas constantes arbitrárias, a serem determinadas tendo em vista as condições limites.

Pela primeira condição ($z = 0$, $u = 0$), deveremos ter:

$$C_6 = 0$$

e daí:

$$u = C_7 (\operatorname{sen} Az) e^{-A^2 c_v t}$$

A segunda condição ($z = 2H$, $u = 0$) exige que:

$$\operatorname{sen} 2AH = 0$$

e, portanto:

$$2AH = n\pi \quad \text{ou} \quad A = n \frac{\pi}{2H}$$

sendo *n um número inteiro.*

Assim, podemos escrever:

$$u = C_7 \operatorname{sen} \frac{n\pi z}{2H} e^{-\frac{n^2 \pi^2 c_v t}{4H^2}}$$

Ora, se C_7 é uma constante arbitrária e n pode assumir um valor inteiro qualquer, a expressão acima poderá ser representada por uma série da forma:

$$u = \sum_1^{\infty} b_n \operatorname{sen} \frac{n\pi z}{2H} e^{-\frac{n^2 \pi^2 c_v t}{4H^2}} \tag{7}$$

A terceira condição limite ($t_0 = 0$, $u = p_0$) nos dá:

$$p_0 = \sum_1^{\infty} b_n \operatorname{sen} \frac{n\pi z}{2H}$$

Trata-se de um caso de série de Fourier, em senos, cujos coeficientes podem ser facilmente determinados. De fato (veja-se, por exemplo, nossa *Matemática para a Engenharia*):

$$b_n = \frac{1}{H}\int_0^{2H} p_0 \operatorname{sen}\frac{n\pi z}{2H}\, dz \qquad \text{ou} \qquad b_n = \frac{2p_0}{n\pi}(1 - \cos n\pi)$$

Substituindo em (7), vem:

$$u = \sum_1^{\infty} \frac{2p_0}{n\pi}(1 - \cos n\pi)\left(\operatorname{sen}\frac{n\pi z}{2H}\right) e^{-\frac{n^2\pi^2 c_v t}{4H^2}}$$

Fazendo:

$$\frac{c_v t}{H^2} = T \tag{8}$$

termo adimensional, conhecido como *fator tempo*, podemos escrever:

$$u = \sum_1^{\infty} \frac{2p_0}{n\pi}(1 - \cos n\pi)\left(\operatorname{sen}\frac{n\pi z}{2H}\right) e^{-\frac{1}{4}n^2\pi^2 T}$$

Considerando que, quando n é par, $1 - \cos n\pi$ tende para zero e, quando ímpar, tende para 2, deveremos escrever:

$$n = 2N + 1$$

com N variando de 0 a ∞.

Substituindo, teremos finalmente:

$$u = \frac{4p_0}{\pi}\sum_0^{\infty} \frac{1}{2N+1} \cdot \operatorname{sen}\left[\frac{(2N+1)\pi z}{2H}\right] e^{-\frac{(2N+1)^2\pi^2 T}{4}} \tag{9}$$

Fazendo-se:

$$M = \frac{1}{2}\pi(2N + 1)$$

vem-se, ainda:

$$u = \sum_0^{\infty} \frac{2p_0}{M}\left(\operatorname{sen}\frac{Mz}{H}\right) e^{-M^2 T} \tag{9'}$$

que é uma forma mais simples de se expressar a solução da equação (3).

Assim, para qualquer tempo dado, t, a variação com a profundidade z, do excesso de pressão neutra, u, pode ser calculada pela equação 9 (ou 9'), expressa como uma fração $\left(\frac{u}{p_0}\right)$ da pressão p_0 aplicada, suposta constante ao longo da camada (diagrama das pressões, portanto, retangular); tal suposição é admissível desde que a camada seja suficientemente delgada em relação à superfície carregada.

Conhecida, então, a variação de u, podemos traçar as curvas isócronas, tal como indicado na Fig. 9-4.

9-13 Porcentagem de Adensamento

Conhecida a distribuição da pressão neutra ao longo da camada, em função do tempo, podemos agora calcular a *porcentagem* ou *grau de adensamento* U_z na profundidade z e num tempo t.

Esta porcentagem pode ser definida pela relação:

$$U_z\,\% = \frac{p_0 - u}{p_0} \times 100 = \left(1 - \frac{u}{p_0}\right) 100 \tag{10}$$

a qual torna-se igual a zero no momento da aplicação de p_0, e igual a 100 no final do adensamento.

Substituindo u pelo seu valor dado por (9') a expressão (10) escreve-se:

$$U_z = 1 - \sum_0^\infty \frac{2}{M}\left(\operatorname{sen}\frac{Mz}{H}\right)e^{-M^2T} \tag{11}$$

A equação (11), representada pela Fig. 9-5*a* é obtida dando-se valores a z/H e ao fator tempo T, fornece-nos uma imagem bastante ilustrativa do processo teórico do adensamento. Observa-se que o adensamento ocorre mais rapidamente nas proximidades das faces drenantes e mais lentamente no centro da camada.

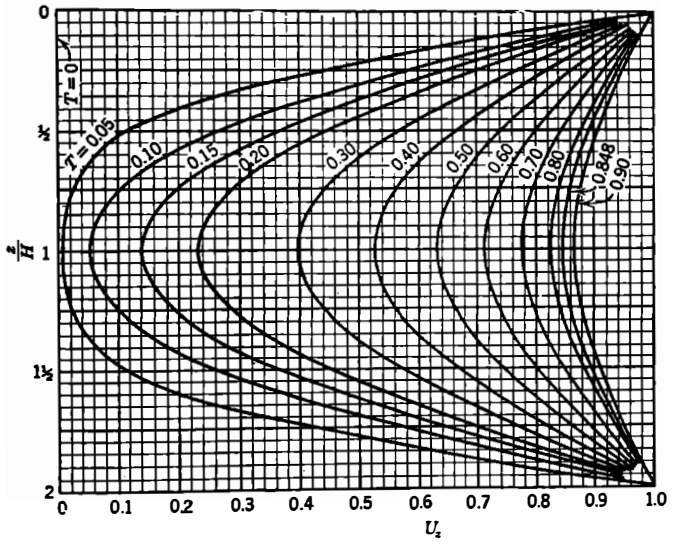


Fig. 9-5a

Para um tempo t, a porcentagem *média* U de adensamento ao longo de toda a camada de espessura $2H$, será a média dos valores de $1 - \frac{u}{p_0}$, isto é:

$$U = 1 - \frac{\frac{1}{2H}\int_0^{2H} u\,dz}{\frac{1}{2H}\int_0^{2H} p_0\,dz} = 1 - \frac{\int_0^{2H} u\,dz}{\int_0^{2H} p_0\,dz} \tag{12}$$

ou

$$U = 1 - \frac{\frac{2p_0}{M}\sum_0^{\infty}\left[\int_0^{2H}\left(\operatorname{sen}\frac{Mz}{H}\right)e^{-M^2T}dz\right]}{2H\,p_0}$$

ou ainda:

$$U = 1 - \sum_0^{\infty}\frac{2}{M^2}\,e^{-M^2T} \tag{13}$$

que também se escreve:

$$U = 1 - \frac{8}{\pi^2}\sum_0^{\infty}\frac{1}{(2N+1)^2}\,e^{-\frac{(2N+1)^2\pi^2}{4}T} \tag{13'}$$

Essa equação expressa, assim, a relação entre o tempo e a porcentagem média de adensamento ao longo da camada.

A relação entre U e T, deduzida de (13) ou (13'), é representada graficamente pela Fig. 9-6.

Fácil é verificar* que a equação (13) é válida não só para o caso que estamos estudando, em que uma camada de argila, entre duas de areia, recebe uma sobrecarga constante (Fig. 9-6, caso I), como também quando ela sofre um carregamento que varia linearmente com a profundidade (Fig. 9-6, caso II).

---

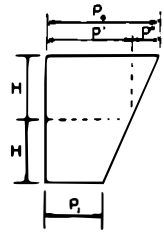
* Observando-se que a equação (7) também se escreve:

$$u = \sum_1^{\infty}\left(\frac{1}{H}\int_0^{2H} p_0 \operatorname{sen}\frac{n\pi z}{2H}\,dz\right)\left(\operatorname{sen}\frac{n\pi z}{2H}\right)e^{-\frac{n^2\pi^2T}{4}}$$

substituindo-se nesta equação, bem como em (12), p_0 por:

$$p' + p''\frac{H - z}{H}$$

chega-se efetuando os cálculos, a mesma equação (13) para expressão de U.



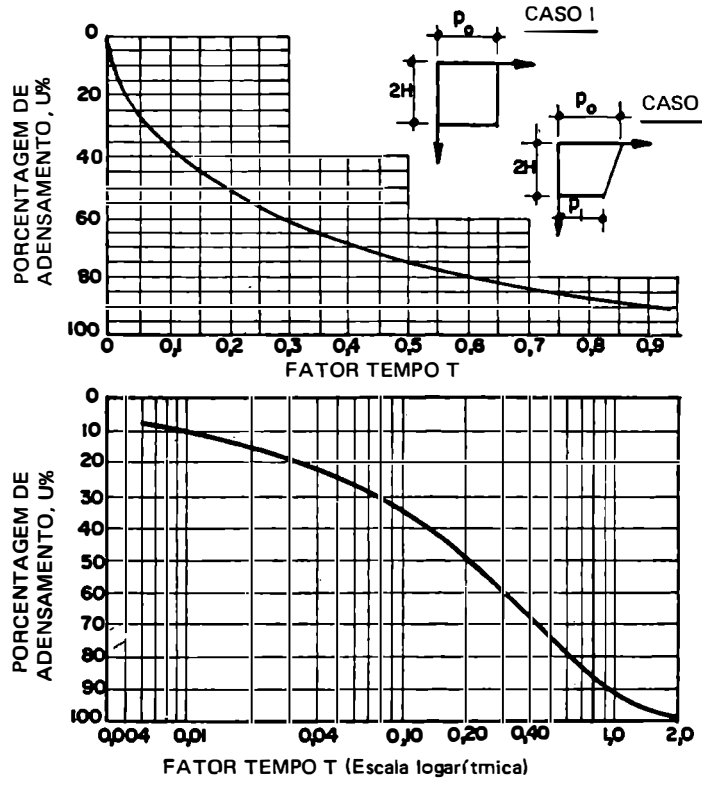


Fig. 9-6

9-14 Fórmulas Aproximadas

Admite-se que a equação (13) possa ser representada, aproximadamente, pelas seguintes expressões:

quando $U < 60\%$ $\qquad T = \frac{\pi}{4} U^2$ (equação de uma parábola)

quando $U > 60\%$ $\qquad T = -0{,}9332 \log_{10} (1 - U) - 0{,}0851$

Uma outra fórmula aproximada é dada por Brinch Hansen:

$$U = \sqrt[6]{\frac{T^3}{T^3 + 0{,}5}}$$

válida para todos os valores de T.

9-15 Superfícies Drenantes

Se a camada adensável pode drenar livremente tanto pela face superior como pela inferior (*drenagem dupla*), caso que temos analisado até o presente, ela se denomina

camada aberta, e sua espessura se representa por $2H$. Na natureza, no entanto, há camadas de argila em que a água só pode drenar pela superfície superior (*drenagem simples*), estando a outra em contato com um leito impermeável de rocha. Tem-se, assim, o que se denomina *camada semi-aberta* e cuja espessura se representa por H.

Desse modo podemos definir H como sendo a *espessura da camada por face de drenagem*, a qual coincide com a espessura *real* da camada, no caso de drenagem simples, e com a sua metade, no caso de drenagem dupla.

Para o caso de camada semi-aberta, sujeita a um diagrama de pressão retangular, a curva da Fig. 9-6 é ainda a representação da função $U = f(T)$.

Para diferentes diagramas de pressões, e tendo em vista as duas condições de drenagem da camada, existem outros gráficos e tabelas que fornecem os valores correspondentes da função $U = f(T)$.

A Fig. 9-6*a* e a tabela abaixo (*vide* M. J. Tomlinson – *Foundation Design and Construction* – 1963) reproduzem as relações entre U e T para vários tipos de distribuição de pressões e as duas condições de drenagem de uma camada de argila.

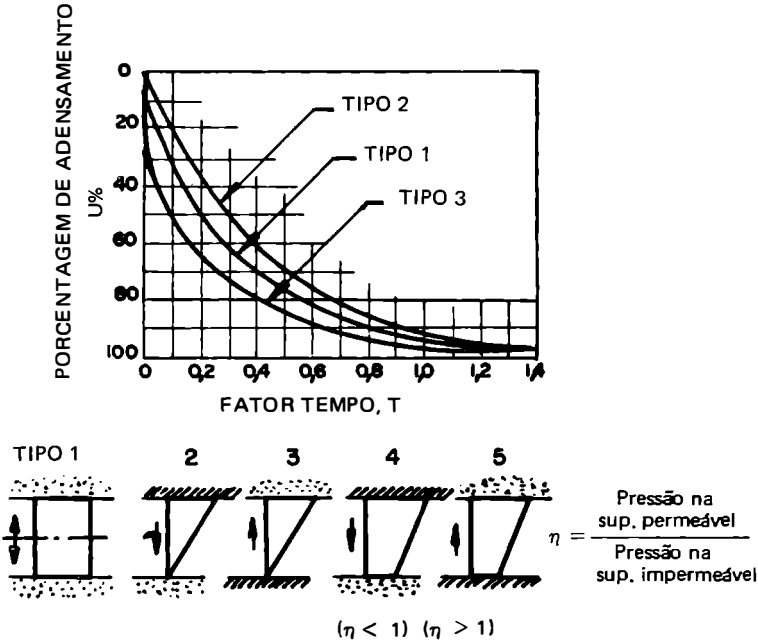


Fig. 9-6a

	Tipo 1	Tipo 2	Tipo 3
50%	0,20	0,29	0,09
90%	0,85	0,93	0,72

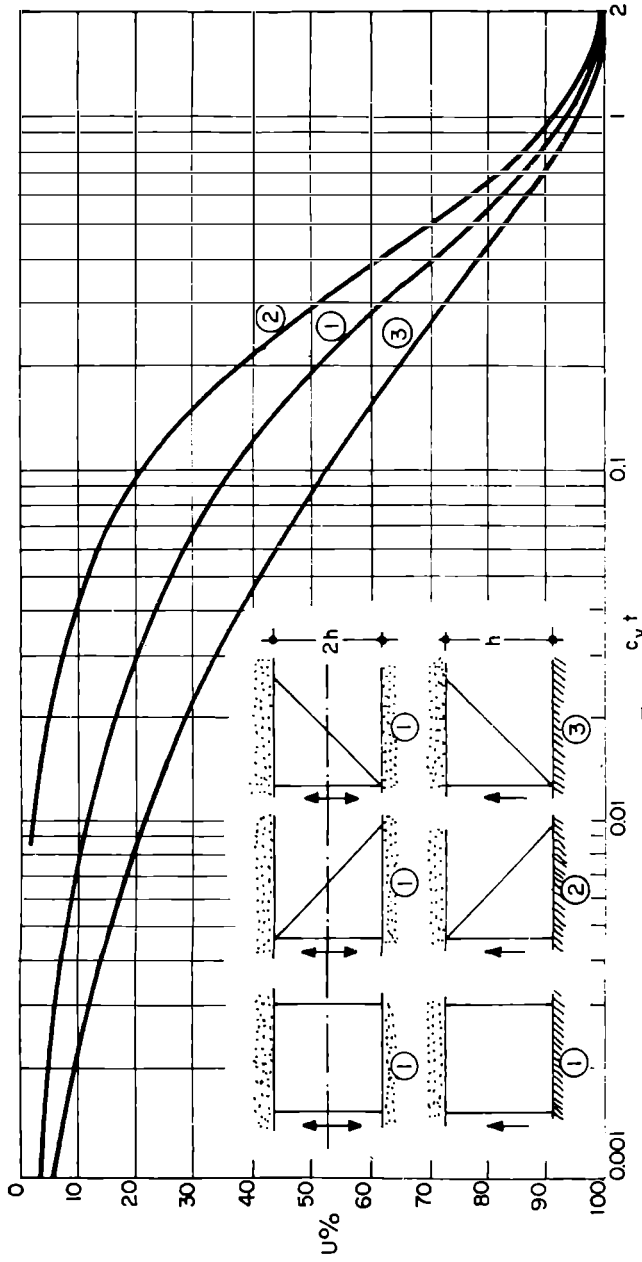

U%
0
10
20
30
40
50
60
70
80
90
100
0.001
0.01
0.1
1
2
$T_v = \frac{c_v t}{h^2}$
2h
h
①
②
③

Fig. 9-6b

Para os tipos 4 e 5 os valores de U são obtidos, respectivamente, pelas fórmulas:

$$U_4 = U_1 - \left(\frac{1-\eta}{1+\eta}\right)(U_1 - U_2),$$

$$U_5 = U_1 + \left(\frac{\eta-1}{\eta+1}\right)(U_1 - U_2).$$

As curvas (1), (2) e (3) da Fig. 9-6*b* representam, também, a solução da equação $U = f(T_v)$ para os casos indicados na mesma figura.

O recalque por adensamento, também chamado "compressão primária", constitui a parcela mais importante do recalque total.

As camadas de argila podem conter, o que não é raro, delgadas camadas de areia, as quais, facilitando a drenagem, incrementam a velocidade de adensamento (Fig. 9-6*c*), o que não acontece quando elas se encontram em forma de lentes (Fig. 9-6*d*).

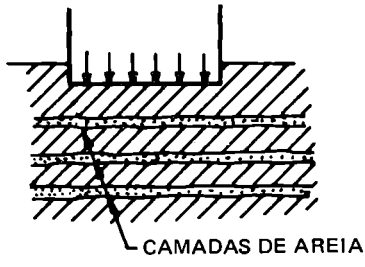


Fig. 9-6c

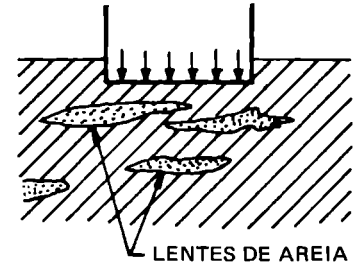


Fig. 9-6d

9-16 Observação

Interessante é observar que os valores de u e U, dados pelas equações anteriores, só dependem de T, quaisquer que sejam as características da camada argilosa.

Por outro lado, note-se que

$$T = \frac{c_v t}{H^2}$$

donde se conclui a importância do coeficiente de adensamento c_v, a ser determinado experimentalmente, como veremos adiante.

Outras teorias

Para o caso de múltiplas camadas compressíveis superpostas, com características diferentes, Absi (1964) propôs uma solução, embora apenas aproximada, como ele próprio reconhece.

Em 1965, Davis e Raymond apresentaram uma teoria aplicável a solos normalmente adensados. Em 1967, Gibson e outros desenvolveram, com maior generalidade, a teoria do adensamento unidimensional de camadas argilosas saturadas.

Uma significativa contribuição à teoria do adensamento, através de uma avançada formulação matemática, encontra-se na monografia de Yu. K. Zaretskii – *Theory of Soil Consolidation* (traduzida do russo), 1972.

C – ENSAIO DE ADENSAMENTO

9-17 Objetivo

O ensaio de adensamento tem por objetivo a determinação experimental das características do solo que interessam à determinação dos recalques provocados pelo adensamento.

Sua concepção, como veremos, corresponde ao estudo de um modelo para a posterior interpretação do protótipo.

9-18 Descrição do Ensaio

Todos os tipos de aparelhos – denominados *edômetros** – utilizados no laboratório para determinação das características de adensamento de um solo, aplicam o princípio introduzido por Terzaghi, da compressão de uma amostra, geralmente indeformada, de altura pequena em relação ao diâmetro, confinada lateralmente por um anel rígido e colocada entre dois discos porosos, conforme esquematicamente se acha representado na Fig. 9-7. Se as condições reais corresponderem à situação da camada semi-aberta, empregar-se-á então apenas um disco poroso.

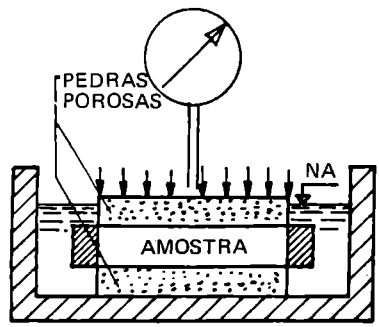


Fig. 9-7

Observemos que, apesar da pequena altura das amostras, o atrito que se desenvolve entre o solo e a parede do anel, durante o ensaio, constitui uma causa de erro, embora não muito importante. Segundo tem sido observado, a força de atrito lateral atinge va-

* A palavra *edômetro* é de origem grega – "oidos" – que significa intumescimento. Ela se refere à primeira aplicação para a qual foi concebido o aparelho, isto é, o estudo do intumescimento das argilas sob o efeito da umidade. Não confundir com *odômetro*, que é um aparelho empregado para medir distâncias percorridas.

lores da ordem de 10 a 20% da pressão vertical aplicada. Daí a razão de alguns laboratórios utilizarem amostras de altura ainda menor.

O anel rígido procura reproduzir no laboratório o que ocorre na natureza, onde a deformação lateral da massa de solo solicitada pela obra é impedida pelo restante do maciço terroso que a envolve.

A carga é aplicada sobre a pedra porosa superior por meio de um disco metálico rígido, e a compressão é medida com o auxílio de um micrômetro (com a sensibilidade de 0,01 mm).

Para fins de investigação, existe um tipo de edômetro mais aperfeiçoado, projetado por Rowe e Barden.

9-19 Realização do Ensaio

Realiza-se o ensaio aplicando-se cargas verticais que vão sendo gradualmente aumentadas, geralmente segundo uma progressão geométrica de razão igual a 2.

Cada estágio de carga deverá permanecer o tempo suficiente para permitir a deformação total da amostra, registrando-se, durante o mesmo, e a intervalos apropriados (15; 30 s; 1; 2; 4; 8; 16; 32 min. e daí por diante em intervalos arbitrários) as indicações (deformações) do micrômetro.

No final de cada estágio, quase sempre após 24 horas, as pressões são praticamente efetivas.

9-20 Variação do Índice de Vazios com a Pressão Efetiva

A cada estágio de carga corresponde uma redução de altura da amostra, a qual, usualmente, se expressa segundo a variação do índice de vazios, como mostraremos a seguir.

Com efeito, se chamarmos de h_l, V_l e ϵ_l, respectivamente a altura, o volume e o índice de vazios da amostra correspondentes a uma determinada leitura l do micrômetro, temos:

$$\epsilon_l = \frac{V_l - V_s}{V_s} = \frac{\frac{V_l}{S} - \frac{V_s}{S}}{\frac{V_s}{S}} =$$

$$= \frac{h_l - h_s}{h_s} = \frac{h_l}{h_s} - 1$$

onde S é a área do círculo interno do anel, e h_s a chamada "altura reduzida" da amostra, ou seja, a altura ocupada pelas partículas sólidas.

Conhecidos a altura h_0 do corpo de prova antes do ensaio e o índice de vazios ϵ_0 correspondente, tem-se imediatamente que:

$$h_s = \frac{h_0}{1 + \epsilon_0}$$

Obtidos assim os pares de valores (p, ϵ) correspondentes à máxima deformação sob cada estágio de carga, consignâmo-los em um diagrama, geralmente semilogarítmico. Uma curva típica dessa espécie é indicada na Fig. 9-8. Notamos, nesta curva, três partes distintas. A primeira é a chamada *curva de recompressão*. De fato, o que ocorre no laboratório é uma recompressão do solo, pois a retirada da amostra do maciço terroso corresponde a um processo de descarregamento devido à retirada do peso das camadas sobrejacentes. Observamos que não é necessariamente no laboratório que ocorre a primeira recompressão do material, pois durante a sua história geológica ele pode ter sido carregado e descarregado várias vezes.

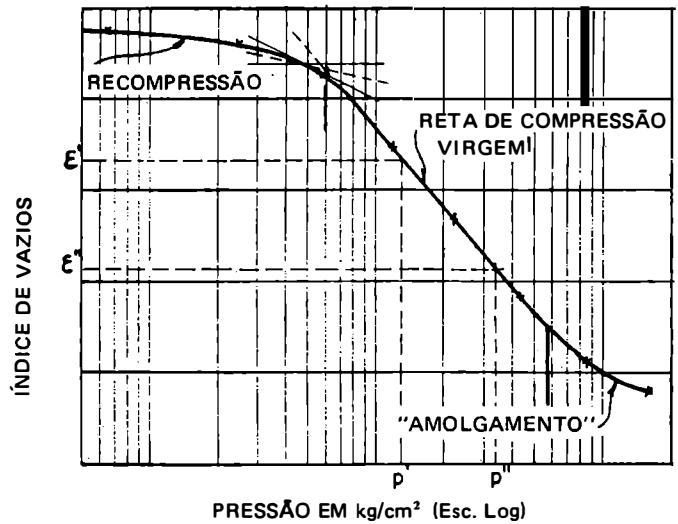


Fig. 9-8

A segunda parte é a denominada *reta de compressão virgem* e é aquela que corresponde à primeira compressão do material em sua formação geológica.

Finalmente, a terceira parte é aquela em que já se faz sentir o fenômeno do *amolgamento* do solo, especialmente se de estrutura floculenta.

É usual, também, o traçado da *curva de expansão* correspondente ao descarregamento da amostra.

A Fig. 9-8*a* (*a* e *b*) mostra-nos as curvas de variação do índice de vazios em função da pressão; por comodidade, na prática, prefere-se usar o diagrama semilogarítmico [Fig. 9-8*a* (*b*)].

Um método para *correção da curva* $\epsilon - \log p$ obtida no laboratório, tendo em vista a inevitável deformação da amostra, é dado por Schmertmann (1953).

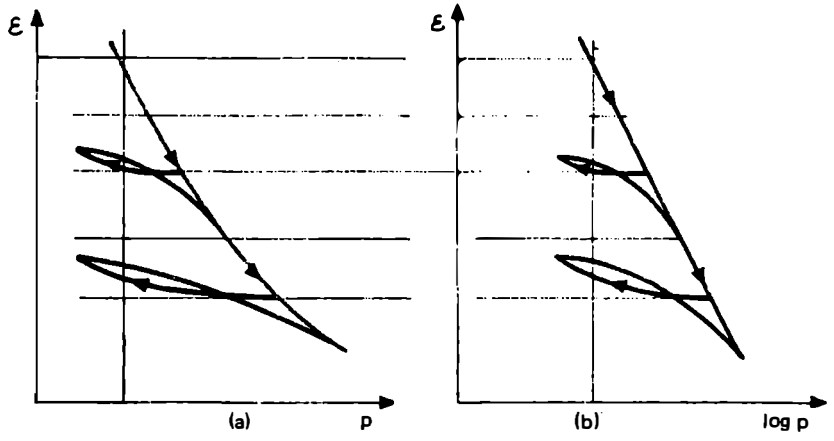


Fig. 9-8a

9-21 Pressão de Pré-Adensamento

Chama-se *pressão de pré-adensamento* (p_a) a pressão limite da curva de recompressão, o que corresponde ao estado de solicitação a que esteve submetida anteriormente a camada de solo.

A sua determinação* é geralmente feita pelo "processo gráfico de Casagrande" (indicado na Fig. 9-8 e com maior detalhe na Fig. 9-9), que é um processo empírico baseado em resultados de inúmeros ensaios.

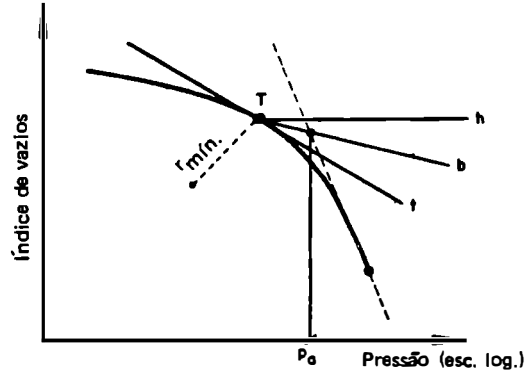


Fig. 9-9

Consiste no seguinte: pelo ponto T de menor raio de curvatura da linha "$\epsilon - \log p$", traçam-se a horizontal h, a tangente t e a bissetriz b do ângulo formado por t e h.

* Um outro processo gráfico para determinação de p_a é devido ao saudoso Eng. Francisco Pacheco Silva do I.P.T. de São Paulo.

Prolonga-se a parte reta daquela linha até encontrar a bissetriz. A abscissa desse ponto de interseção determina a pressão de pré-adensamento (p_a).

O valor da pressão p_a não é necessariamente igual à pressão p_e determinada através do perfil do terreno, levando em conta o peso próprio da terra existente quando a amostra foi retirada. Teremos assim três casos possíveis, cujo reconhecimento é de grande interesse prático.

I) Se $p_a = p_e$, a camada argilosa é dita *normalmente adensada*;

II) Se $p_a > p_e$, é porque o solo já esteve sujeito a cargas maiores do que as atuais, e ele diz-se *pré-adensado*;

III) Se $p_a < p_e$, trata-se de um solo que ainda não atingiu as suas condições de equilíbrio e, portanto, ainda não terminou de adensar sob o próprio peso da terra. Tem-se assim o caso de um solo *parcialmente adensado.*

A Fig. 9-9*a* ilustra as duas primeiras situações ($p_e = p_a$ e $p_e < p_a$).

A fração $OCR = \dfrac{p_a}{p_e}$ é definida como *overconsolidation ratio.* Para as argilas normalmente adensadas $OCR = 1$ e para as pré-adensadas $OCR > 1$.

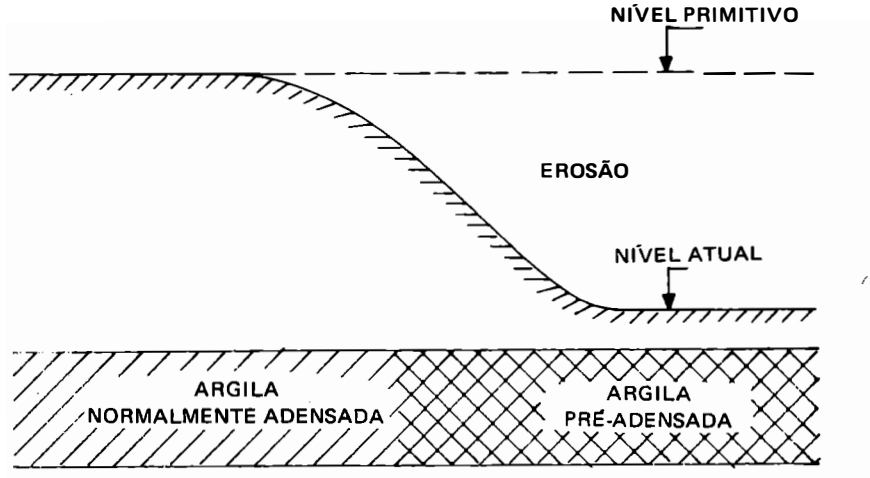


Fig. 9-9a

Tendo em vista o exposto e se chamamos de p_0 o acréscimo de pressão transmitido ao elemento de solo existente à profundidade onde foi determinada p_e, conclui-se que, no caso I, este acréscimo provocará uma deformação por compressão ao longo da reta virgem; no caso II somente quando $(p_e + p_0) > p_a$ é que se iniciará a deformação ao longo da reta virgem; finalmente, no caso III, a deformação se dará ao longo da reta virgem sem se introduzir nenhum acréscimo, e tão-somente pela diferença de pressões $p_e - p_a$.

9-22 Índice de Compressão

A curva "ϵ – log p" fornece-nos dois parâmetros de grande utilidade no cálculo dos recalques por adensamento. Um é a pressão de pré-adensamento, já conceituada.

O outro é o chamado *índice de compressão* K^*, ou seja, a inclinação da reta virgem, determinada pela expressão (Fig. 9-8)

$$K = \frac{\epsilon' - \epsilon''}{\log_{10} \frac{p''}{p'}}$$

Quanto maior K, mais compressível é o solo.

9-23 Relação entre K e LL

Se acompanharmos a formação de uma argila cujas partículas se estão lentamente sedimentando no fundo de um lago, por exemplo, verifica-se que no início da deposição o solo apresenta-se no estado líquido. Diremos que a argila está no limite de liquidez (LL), admitindo-se que a pressão grão a grão é nula.

No gráfico "$\epsilon - p$", este estado corresponde ao ponto em que a reta virgem, prolongada, encontra o eixo das ordenadas.

Considerando a importância do índice K no cálculo dos recalques e, por outro lado, o custo relativamente elevado do ensaio de adensamento, alguns pesquisadores têm procurado relacioná-lo com outros índices de mais simples determinação, como é o caso do limite de liquidez. Assim é que Terzaghi, partindo de uma relação estabelecida por Skempton para as argilas de Londres, nos fornece:

$$K = 0{,}009\ (LL - 10\%)$$

Esta fórmula, válida somente para argilas normalmente adensadas, só deve ser empregada em cálculos estimativos, dado o seu caráter empírico e, portanto, aproximado.**

9-24 Curva Tempo-Recalque

Como resultado de um ensaio de adensamento, traçam-se também as *curvas tempo-recalque* para cada um dos estágios de carregamento. Estas curvas nos permitirão determinar os coeficientes de adensamento e permeabilidade do solo, os quais, como sabemos, desempenham um importante papel no cálculo dos recalques.

A Fig. 9-10 reproduz, para um certo incremento de carga, a forma típica de uma curva tempo-recalque. Neste diagrama os tempos são marcados em uma escala logarítmica (segundo Casagrande). No processo devido a Taylor os tempos são marcados na escala das raízes quadradas. Ambos os processos conduzem praticamente ao mesmo resultado.

A observação dessa curva mostra-nos, como aliás já nos havíamos referido no item 9-7, três fases distintas da compressão da argila. A *compressão inicial*, instantânea, a *compressão primária*, correspondente ao trecho mais inclinado, e finalmente, a *compressão secundária*.

Não existe, na realidade, como indicado na figura, uma separação nítida entre essas duas últimas fases; em geral elas coexistem num certo trecho.

---

* De acordo com as notações recomendadas pela Sociedade Internacional de Mecânica dos Solos, o índice de compressão é representado por C_c.

** Igualmente aproximada é a relação, devida a Nishida (1956), $K = 0{,}0054\ (2{,}6\ h - 35)$ onde h é o teor de umidade, expresso em porcentagem.

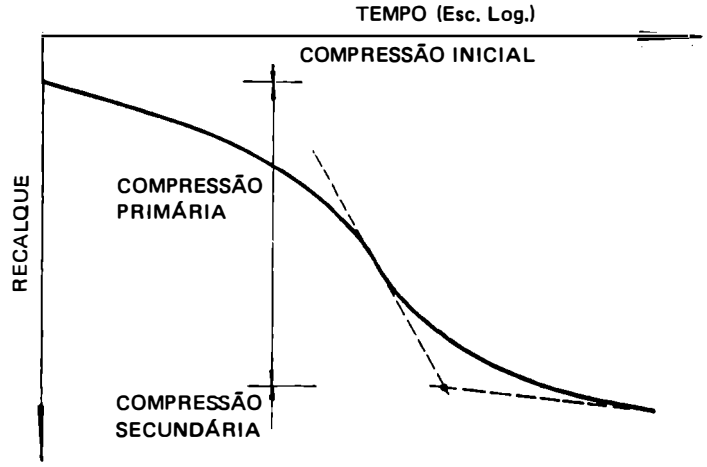


Fig. 9-10

9-25 Ajuste da Curva Tempo-Recalque

O ajuste da curva tempo-recalque à curva teórica $U = f(T)$, que lhe é proporcional, consiste na eliminação dos trechos superior e inferior, restando assim, somente aquele trecho médio que obedece à teoria exposta.

Pelo processo de Casagrande (Fig. 9-11) determina-se o 100% da compressão primária prolongando-se a linha, praticamente reta, do extremo da curva experimental até interceptar a tangente traçada pelo ponto de inflexão da curva. Este ponto de interseção corresponde ao 100% teórico do adensamento. Esta construção baseia-se na observação da curva teórica, que lhe é semelhante e que termina segundo uma assíntota horizontal.

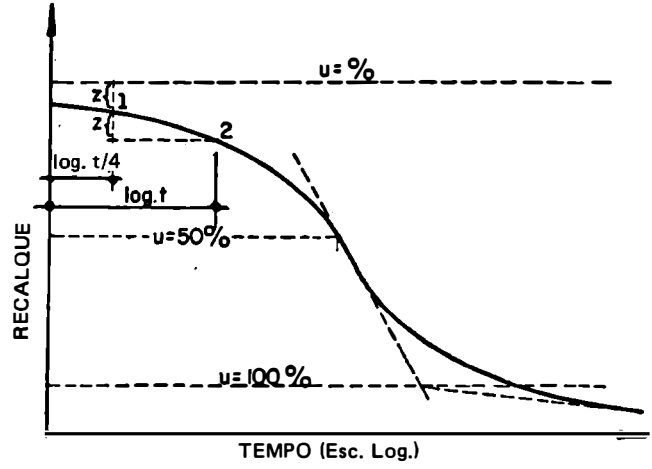


Fig. 9-11

O ponto relativo a 0% é determinado admitindo-se que a parte superior da curva (em escala aritmética) é uma parábola; pode-se assim determinar o seu eixo matematicamente, bastando seguir a construção gráfica indicada na figura, como facilmente se compreende.

Feito esse ajuste, fica assim estabelecida a correspondência entre t e T.

9-26 Determinação do Coeficiente de Adensamento

Afastando-nos dos extremos (0% e 100%), para não introduzirmos erros inerentes às suas determinações, comumente adota-se o tempo (t_{50}) obtido sobre a curva tempo-recalque, correspondente à porcentagem de 50%. Para este valor de U o fator tempo, Fig. 9-6, é praticamente igual a 0,2 tendo em vista as condições de pressão e drenagem na célula de adensamento.

Assim teremos (8):

$$c_v = \frac{0{,}2\ H_{50}^2}{t_{50}} \tag{14}$$

onde $2H_{50}$, com a notação adotada na Teoria (Parte B), é a espessura da amostra para 50% de adensamento.

Investigações experimentais indicam uma relação entre c_v e LL que pode ser usada para cálculos aproximados (veja-se Terzaghi e Peck, *Soil Mechanics in Engineering Practice* e Hough, *Basic Soils Engineering*).

9-27 Determinação do Coeficiente de Permeabilidade

Tendo em vista as equações (2) e (14) obtém-se para valor do coeficiente de permeabilidade:

$$k = \frac{0{,}2 a_v \gamma_a H_{50}^2}{(1 + \epsilon)\, t_{50}} \tag{15}$$

sendo a_v e ϵ, valores médios encontrados na curva índice de vazios-pressão, para um dado acréscimo de pressão.

O coeficiente de permeabilidade pode também ser determinado diretamente pelo edômetro, bastando adaptar-lhe um tubo de vidro calibrado em contato com a pedra porosa inferior; a técnica a ser usada pode ser a do permeâmetro de carga constante ou de carga variável.

9-28 Comparação entre Tempos de Adensamento

Da expressão (8):

$$T = \frac{c_v \cdot t}{H^2}$$

obtém-se que a relação entre os tempos, para ser atingido, sob as mesmas condições de drenagem e pressão, um dado grau de adensamento com duas camadas de argilas idênticas mas de espessuras diferentes, é a seguinte:

$$\frac{t_1}{t_2} = \frac{H_1^2}{H_2^2} \tag{16}$$

Esta expressão é de grande utilidade quando desejamos calcular, em função dos resultados obtidos no laboratório, os tempos em que ocorrerão, na obra, determinadas porcentagens de adensamento.

9-29 Compressão Secundária

A compressão secundária, como vimos, é aquela que se sucede à compressão primária, cujo estudo acabamos de concluir.

Esta compressão pode atingir valores da mesma ordem de grandeza que os da compressão primária (em geral, menores). Por exemplo, os recalques por adensamento observados no Auditório de Chicago, construído em 1888, mostraram que a compressão primária, da ordem de 45 cm, durou aproximadamente 8 anos, enquanto a compressão secundária, da ordem de 24 cm, perdurou 50 anos depois da construção.

Vê-se, assim, que a compressão secundária não tem a mesma importância que a compressão primária, tendo em vista a extrema lentidão com que se produz.

Não existe, até o presente, nenhum método preciso para determinar seu valor, não obstante contarmos com o do Prof. Buisman que, embora de caráter empírico, parece conduzir a resultados razoáveis.

Baseia-se esse método na observação de ensaios edométricos, em que as leituras são prosseguidas vários dias após a aplicação de cada estágio de carga.

Segundo Buisman, e sem nos determos sobre o assunto, esses recalques variam linearmente com o logaritmo do tempo, podendo ser traduzidos pela equação:

$$\Delta h_t' = \Delta\sigma\,(a + b \cdot \log t)\,h$$

onde:

$\Delta\sigma$ = acréscimo de pressão
h = espessura da camada
a e b = constantes determinadas pelo ensaio edométrico
t = tempo (em dias)

O valor da compressão secundária pode também ser conhecido pelo método de Koppejan (1948).

D – CÁLCULO DOS RECALQUES

9-30 Na Prática

Na prática, interessa-nos avaliar o recalque total a que estará sujeita uma construção, assim como a evolução desse recalque com o tempo.

O cálculo do recalque total, como mostraremos a seguir, é feito de maneira muito simples a partir dos resultados do ensaio de adensamento, e a sua evolução, com o tempo, faz-se tendo em vista a teoria do adensamento.

9-31 Recalque Total

Suponhamos que uma camada de argila saturada, de espessura h, compreendida entre duas camadas permeáveis (Fig. 9-12), sofra uma diminuição de índice de vazios $\Delta\epsilon = \epsilon_i - \epsilon_f$ (obtida pelo ensaio de adensamento) em conseqüência de um acréscimo de pressão Δp sobre a mesma, devido à carga de uma estrutura ou de um aterro, por exemplo. Em vista disso, a camada passará a ter uma espessura menor h_1 e o recalque total será, então:

$$\Delta h = h - h_1$$

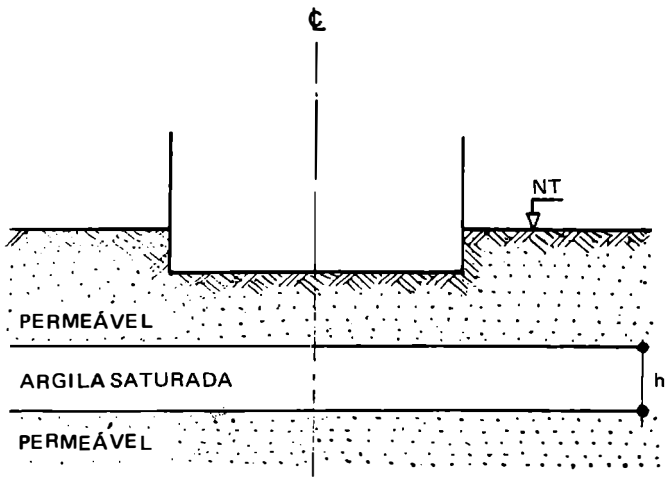


Fig. 9-12

Visto que o recalque é devido exclusivamente a uma redução de vazios, e como a seção mantém-se constante durante a deformação, pois não se admite a possibilidade da camada expandir-se lateralmente, temos:

$$\epsilon_i = \frac{h - h_s'}{h_s'} \qquad \text{e} \qquad \epsilon_f = \frac{h_1 - h_s'}{h_s'}$$

onde h_s' é a altura reduzida da camada.

Subtraindo membro a membro:

$$\Delta\epsilon = \frac{h - h_1}{h_s'} = \frac{\Delta h}{h_s'}$$

donde:

$$\Delta h = h_s' \, \Delta \epsilon$$

Multiplicando e dividindo por h :

$$\Delta h = \frac{\Delta \epsilon}{\frac{h}{h_s'}} h$$

Tirando da expressão de ϵ_i o valor de $\frac{h}{h_s'}$, vem:

$$\frac{h}{h_s'} = 1 + \epsilon_i$$

Substituindo tem-se, finalmente, a expressão para o cálculo do *recalque total*:

$$\Delta h = \frac{\Delta \epsilon}{1 + \epsilon_i} h \tag{17}$$

Tendo em vista o valor de $\Delta \epsilon$ podemos escrever, ainda:

$$\Delta h = \frac{h}{1 + \epsilon_i} K \log \frac{p + \Delta p}{p}$$

onde p é a pressão inicial sobre a camada, antes da aplicação de Δp.

9-32 Observação

Observemos que a fórmula (17) para o cálculo do recalque total, nada mais é do que uma outra forma de se escrever a conhecida lei de Hooke:

$$r = \Delta p \cdot \frac{h}{E'}$$

onde E' é o *módulo de adensamento médio*, *módulo de deformabilidade por adensamento* ou *módulo edométrico* do solo para o intervalo de pressão Δp, de características análogas ao *módulo de elasticidade* E, utilizado para os demais materiais de construção.

Definindo-se E' pela relação:

$$E' = \frac{\Delta p}{\frac{\Delta h}{h}}$$

e considerando que a deformação se dá a seção constante, teremos:

$$\frac{\Delta h}{h} = \frac{\Delta \epsilon}{1 + \epsilon_i}$$

donde:

$$E' = \frac{\Delta p}{\Delta \epsilon}(1 + \epsilon_i)$$

Substituindo E' pelo seu valor, obtemos:

$$r = \frac{\Delta \epsilon}{1 + \epsilon_i} h$$

como queríamos mostrar.

Verifica-se, ainda, que:

$$E' = \frac{1 + \epsilon_i}{a_v}$$

Ao inverso dessa expressão

$$\frac{1}{E'} = \frac{a_v}{1 + \epsilon_i} = m_v$$

denomina-se *coeficiente de decréscimo de volume* ou *perda específica de água intersticial.*

9-33 Evolução do Recalque em Função do Tempo

O cálculo do recalque r_t ao fim de um determinado tempo t é feito tendo em vista as relações:

$$r_t = U \cdot \Delta h$$

onde, sob outra forma, se põe em evidência o significado do grau de adensamento, e

$$T = \frac{c_v \cdot t}{\left(\frac{h}{f}\right)^2}$$

onde f é o número de faces permeáveis da camada (1 ou 2) e, ainda:

$$U = f(T)$$

Assim, calculando h da maneira como foi indicado, e depois T para o valor desejado de t, passa-se, em seguida, à obtenção de U na tabela ou gráfico referente às condições particulares do problema e, finalmente r_t.

Da observação dos gráficos correspondentes às diversas condições de pressão e drenagem, como indicado na Fig. 9-6, pode-se concluir que para $T = 2$ a porcentagem de adensamento U é praticamente igual a 100%. Daí resulta para *valor prático* do tempo de duração do adensamento, a expressão:

$$t = \frac{2\left(\frac{h}{f}\right)^2}{c_v}$$

9-34 Carregamento Lento Durante o Período de Construção

Vejamos, agora, como se corrige a curva tempo-recalque (C_1 na Fig. 9-13), levando em conta que a carga de uma construção não é aplicada instantaneamente no tempo

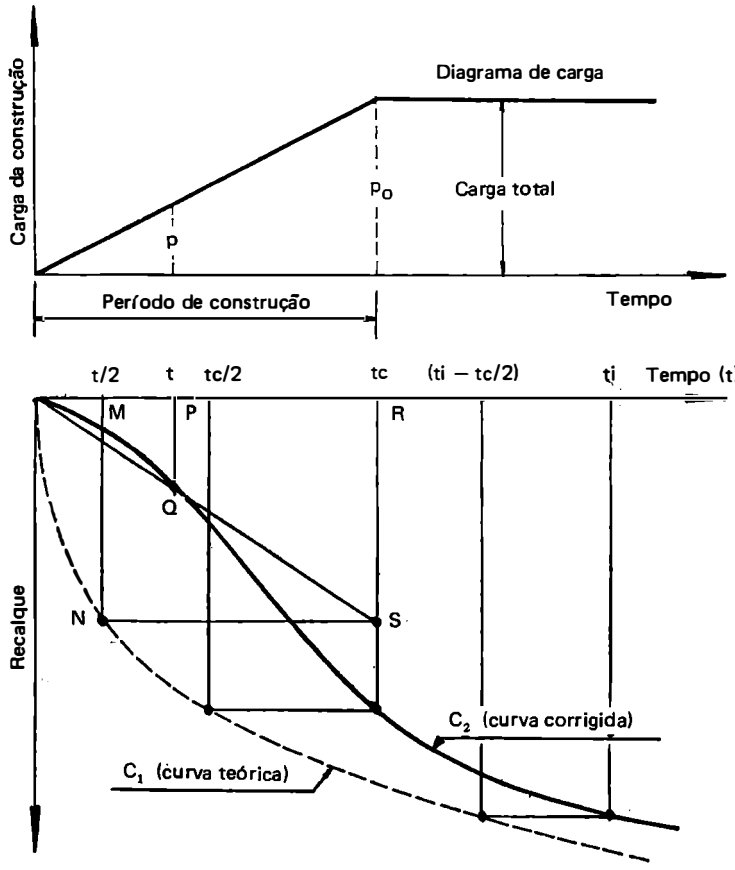


Fig. 9-13

$t = 0$ e, sim, gradualmente, durante um tempo t_c, que é o período de construção (curva C_2).

Pelo processo aproximado de Terzaghi-Gilboy, a curva C_2 é construída supondo-se que, durante o período de construção, para qualquer tempo t, o recalque r_t é igual ao recalque no tempo $t/2$ correspondente à aplicação instantânea da carga p, multiplicado pela relação p/p_0 das cargas. Graficamente, para obter o ponto Q da curva C_2, basta baixar a vertical de M (correspondente a $t/2$) até cortar C_1 em N; por este ponto traçar uma horizontal até cortar a vertical relativa ao tempo t_c em S. O cruzamento de SO com a vertical baixada de P, nos dá Q, ponto da curva corrigida. De fato, pelo que foi dito anteriormente:

$$r_t = \overline{MN} \times \frac{p}{p_0}$$

Como, por outro lado

$$\frac{p}{p_0} = \frac{\overline{PQ}}{\overline{RS}} = \frac{\overline{PQ}}{\overline{MN}}$$

vem, como queríamos demonstrar:

$$r_t = \overline{PQ}$$

Para todos os demais pontos da curva C_2, além do tempo t_c, por exemplo t_i, as ordenadas são iguais às da curva C_1 num tempo $t_c/2$ antes $(t_i - t_c/2)$.

9-35 Observação e Estudo dos Recalques

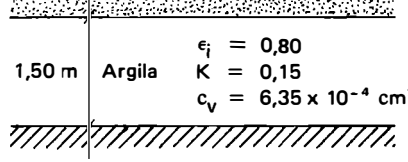
No Cap. 14 referir-nos-emos aos meios utilizados para observação dos recalques calculados e no Vol. 2 (Cap. 17) voltaremos a tratar dos recalques, de um modo geral.

Problemas

1) Uma camada de argila normalmente adensada deforma-se de 1 cm quando a pressão efetiva aumenta de 1 kg/cm² para 2 kg/cm². Estimar a deformação desta camada quando a pressão efetiva aumentar de 2 kg/cm² para 4 kg/cm².

Resp.: 1 cm

2) A camada de argila, para a qual são fornecidos os dados da figura, sofreu um acréscimo de pressão de 0,75 kg/cm² para 1,25 kg/cm². Calcular: a) deformação da camada; b) tempo para que atinja uma porcentagem de adensamento de 70%; c) tempo para que *praticamente* ocorra 100% de adensamento.



Resp.: a) 2,8 cm; b) 164 dias; c) 820 dias.

Tensões e Deformações. Elasticidade, Plasticidade e Reologia

Capítulo 10

10-1 Introdução

Recordaremos neste capítulo, alguns conceitos e princípios básicos sobre tensões e deformações, elasticidade, plasticidade e reologia, utilizados em Mecânica dos Solos, não obstante, como é sabido, o real comportamento dos solos crie restrições às suas aplicações.

Referir-nos-emos a meios *contínuos*, *deformáveis*, *homogêneos* e *isótropos*.

De maneira mais ampla e unificada, os estudos dos esforços que se manifestam no interior dos sólidos, líquidos e gases e as correspondentes deformações ou fluxos destes materiais, pertencem à chamada *Mecânica dos meios contínuos* *.

10-2 Tensões

Conceitos fundamentais – Os esforços que solicitam um maciço – provenientes do seu peso próprio, da carga de uma estrutura ou da ação de um veículo – produzem tensões na totalidade dos seus pontos (ou de suas partículas).

Para um ponto O de uma determinada seção plana S de um corpo (Fig. 10-1), distinguem-se a tensão τ que atua na seção (*tensão tangencial* ou de *cisalhamento*) e a que lhe é normal σ (*tensão normal*, que pode ser de *tração* ou *compressão*).

Para o ponto O numa seção no plano xOy, a Fig. 10-2 mostra-nos as componentes da tensão de cisalhamento; o primeiro índice denota a direção da normal ao plano em que atua a tensão e, o segundo, corresponde ao eixo em que é dirigida a tensão.

* Veja-se, por exemplo, Enzo Levi – *Elementos de Mecánica del Medio Continuo* – 1971.

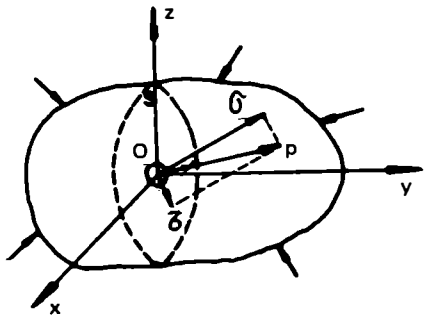


Fig. 10-1

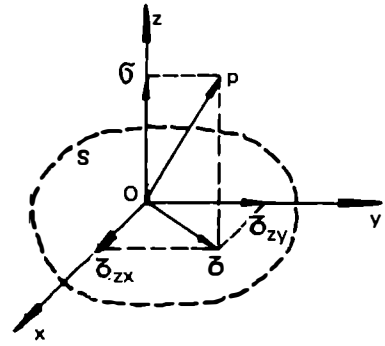


Fig. 10-2

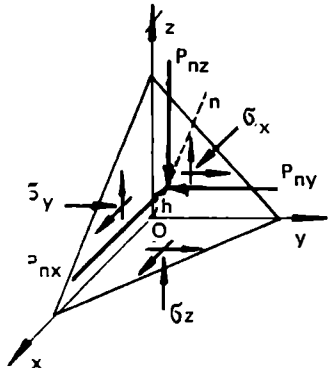


Fig. 10-3

Estado triplo de tensão. Como se sabe, o estado de tensão em torno de um ponto 0 (Fig. 10-3) de um maciço terroso fica perfeitamente caracterizado quando se conhecem as tensões que atuam em três planos que formam um triedro triretângulo de vértice em *O*.

De fato, considerando-se um quarto plano, a uma distância h do ponto O, tomada sobre a normal n ao plano, quando fizermos $h \to 0$, o tetraedro torna-se infinitesimal e os quatro planos passarão por O.

Se chamarmos de p_{nx}, p_{ny} e p_{nz} as componentes da resultante p_n que atua sobre a face inclinada, e escrevermos as condições de equilíbrio das forças para cada direção x, y e z obtemos:

$$(I)\quad \begin{cases} p_{nx} = \sigma_x \cos(n,x) + \tau_{yx} \cos(n,y) + \tau_{zx} \cos(n,z) \\ p_{ny} = \tau_{xy} \cos(n,x) + \sigma_y \cos(n,y) + \tau_{zy} \cos(n,z) \\ p_{nz} = \tau_{xz} \cos(n,x) + \tau_{yz} \cos(n,y) + \sigma_z \cos(n,z) \end{cases}$$

ou sob a forma matricial:

$$\begin{bmatrix} p_{nx} \\ p_{ny} \\ p_{nz} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sigma_x & \tau_{yx} & \tau_{zx} \\ \tau_{xy} & \sigma_y & \tau_{zy} \\ \tau_{xz} & \tau_{yz} & \sigma_z \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos(n,x) \\ \cos(n,y) \\ \cos(n,z) \end{bmatrix}$$

Fundamentos matemáticos: os tensores – Na Física e suas aplicações encontramos grandezas chamadas *escalares* – como a densidade e a temperatura de um corpo –, dotadas somente de um valor numérico e, portanto, caracterizadas apenas por um número ($3^0 = 1$); grandezas *vetoriais* – como uma velocidade e uma força –, que dependem dos eixos de referência e, assim, necessitam de três componentes ($3^1 = 3$) para especificá-las completamente; e grandezas *tensoriais*, que requerem nove componentes ($3^2 = 9$) para

defini-las. Tais grandezas, expressas sob a forma de matrizes e que carecem de uma interpretação geométrica simples, traduzem relações físicas sob uma forma intrínseca, portanto, independentemente dos eixos de referência. Matematicamente é um ente que satisfaz certa lei de transformação. (Veja-se, por exemplo, nossa "Matemática para a Engenharia".)

No estudo das tensões é de interesse conhecer que todo tensor definido por uma matriz simétrica

$$[T] = \begin{bmatrix} t_{11} & t_{12} & t_{13} \\ t_{12} & t_{22} & t_{23} \\ t_{13} & t_{23} & t_{33} \end{bmatrix}$$

pode ser decomposto em dois outros:

$$[T] = \begin{bmatrix} t_m & 0 & 0 \\ 0 & t_m & 0 \\ 0 & 0 & t_m \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} t_{11} - t_m & t_{12} & t_{13} \\ t_{12} & t_{22} - t_m & t_{23} \\ t_{13} & t_{23} & t_{33} - t_m \end{bmatrix}$$

com

$$t_m = \frac{t_{11} + t_{22} + t_{33}}{3}.$$

Simbolicamente:

$$[T] = [T_{es}] + [T_{as}]$$

onde $[T_{es}]$ é denominado *tensor esférico* (as componentes da diagonal são iguais a t_m e todas as outras são nulas) e $[T_{as}]$ é o *tensor antiesférico* (tensor simétrico, sendo nula a soma das componentes da diagonal principal).

Pode-se também escrever:

$$[T] = t_m\, \delta_{ij} + [T_{as}]$$

com δ_{ij} o "delta de Kronecker".

Tensor das tensões – Por meio das relações (*I*) verifica-se que o estado de tensão em um ponto fica caracterizado pelas *nove* componentes σ_x, . . . τ_{xy}, . . . ou, em outras palavras, pela grandeza

$$\begin{bmatrix} \sigma_x & \tau_{xy} & \tau_{xz} \\ \tau_{yx} & \sigma_y & \tau_{yz} \\ \tau_{zx} & \tau_{zy} & \sigma_z \end{bmatrix}$$

denominada *tensor das tensões.*

Sabe-se que esse tensor é simétrico, pois entre as tensões tangenciais, escrevendo-se as equações de "equilíbrio de momentos", obtém-se as relações (Fig. 10-4):

$$\tau_{xy} = \tau_{yx},\ \tau_{xz} = \tau_{zx} \text{ e } \tau_{yz} = \tau_{zy}$$

que reduz a *seis* o número de componentes necessárias para definir o estado de tensão em um ponto.

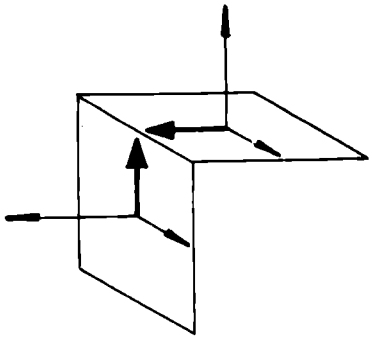


Fig. 10-4

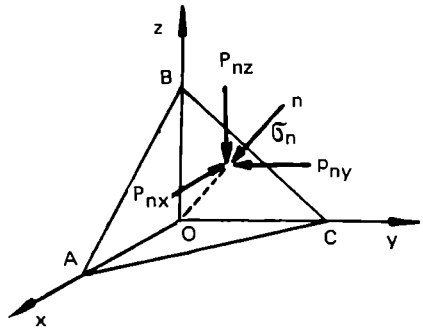


Fig. 10-5

Tensões principais – São de particular interesse em Mecânica dos Solos as chamadas *tensões principais*. (Definida como a tensão normal sobre um plano onde não há tensão de cisalhamento.)

Se o plano ABC é principal (Fig. 10-5) e σ_n é a tensão principal, suas componentes são:

$$\begin{cases} p_{nx} = \sigma_n \cos(n, x) \\ p_{ny} = \sigma_n \cos(n, y) \\ p_{nz} = \sigma_n \cos(n, z) \end{cases}.$$

Substituindo em (I), vem:

$$\begin{cases} (\sigma_x - \sigma_n)\cos(n, x) + \tau_{yx}\cos(n, y) + \tau_{zx}\cos(n, z) = 0 \\ \tau_{xy}\cos(n, x) + (\sigma_y - \sigma_n)\cos(n, y) + \tau_{zy}\cos(n, z) = 0 \\ \tau_{xz}\cos(n, x) + \tau_{yz}\cos(n, y) + (\sigma_z - \sigma_n)\cos(n, z) = 0. \end{cases}$$

Tendo em vista a conhecida relação entre co-senos diretores:

$$\cos^2(n, x) + \cos^2(n, y) + \cos^2(n, z) = 1$$

verifica-se que $\cos(n, x)$, $\cos(n, y)$ e $\cos(n, z)$ não podem ser todos iguais a zero. Assim, conclui-se pela regra de Cramer, que:

$$\begin{vmatrix} \sigma_x - \sigma_n & \tau_{xy} & \tau_{xz} \\ \tau_{xy} & \sigma_y - \sigma_n & \tau_{yz} \\ \tau_{xz} & \tau_{yz} & \sigma_z - \sigma_n \end{vmatrix} = 0.$$

Desenvolvendo o determinante obtém-se a relação abaixo, chamada *equação característica*:

$$\varphi(\sigma_n) = \sigma_n^3 - I_1\sigma_n^2 + I_2\sigma_n - I_3 = 0$$

com:

$$I_1 = \sigma_x + \sigma_y + \sigma_z$$

$$I_2 = \begin{vmatrix} \sigma_x & \tau_{xz} \\ \tau_{xz} & \sigma_z \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} \sigma_x & \tau_{xy} \\ \tau_{xy} & \sigma_y \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} \sigma_y & \tau_{yz} \\ \tau_{yz} & \sigma_z \end{vmatrix} = \sigma_x\sigma_y + \sigma_x\sigma_z + \sigma_y\sigma_z - \tau_{xy}^2 - \tau_{xz}^2 - \tau_{yz}^2$$

$$I_3 = \begin{vmatrix} \sigma_x & \tau_{xy} & \tau_{xz} \\ \tau_{xy} & \sigma_y & \tau_{yz} \\ \tau_{xz} & \tau_{yz} & \sigma_z \end{vmatrix} = \sigma_x\sigma_y\sigma_z - \sigma_x\tau_{yz}^2 - \sigma_y\tau_{xz}^2 - \sigma_z\tau_{xy}^2 + 2\tau_{xy}\tau_{xz}\tau_{yz}.$$

Porque I_1, I_2 e I_3 independem dos co-senos diretores e, portanto, independem dos eixos coordenados, eles são chamados *invariantes das tensões.*

As três raízes da equação característica $\varphi(\sigma_n) = 0$ são as tensões principais σ_1, σ_2 e σ_3.

Quando referido a eixos dirigidos segundo σ_1, σ_2 e σ_3 o tensor representativo das tensões torna-se simplesmente:

$$\begin{bmatrix} \sigma_1 & 0 & 0 \\ 0 & \sigma_2 & 0 \\ 0 & 0 & \sigma_3 \end{bmatrix}$$

uma vez que os τ são nulos.

Em termos de tensões principais, as expressões dos invariantes reduzem-se a:

$$I_1 = \sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3$$

$$I_2 = \sigma_1\sigma_2 + \sigma_1\sigma_3 + \sigma_2\sigma_3$$

$$I_3 = \sigma_1\sigma_2\sigma_3$$

Sobre três planos perpendiculares quaisquer, como $I_1 = \sigma_x + \sigma_y + \sigma_z$, conclui-se que I_1 é constante e igual à soma das três tensões principais.

Quando $\sigma_2 = \sigma_3 = 0$ (*estado simples de tensão*, Fig. 10-6) o tensor reduz-se a:

$$\begin{bmatrix} \sigma_1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

Se $\sigma_1 = \sigma_2 = \sigma_3 = w$ (*estado hidrostático de tensão*) o tensor escreve-se:

$$\begin{bmatrix} w & 0 & 0 \\ 0 & w & 0 \\ 0 & 0 & w \end{bmatrix} = w \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = w\delta_{ij}$$

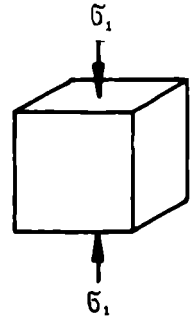


Fig. 10-6

indicando-se o tensor unitário pelo *delta de Kronecker*:

$$\delta_{ij} \begin{cases} = 1 \text{ para } i = j \\ = 0 \text{ para } i \neq j \end{cases}$$

Tensões octaédricas. De grande importância, também, são as chamadas "tensões octaédricas" ($\sigma_{oct.}$, $\tau_{oct.}$), ou sejam as tensões que ocorrem nas faces do octaedro regular que tem por diagonais as direções principais do estado triplo de tensão considerado (Fig. 10-7).

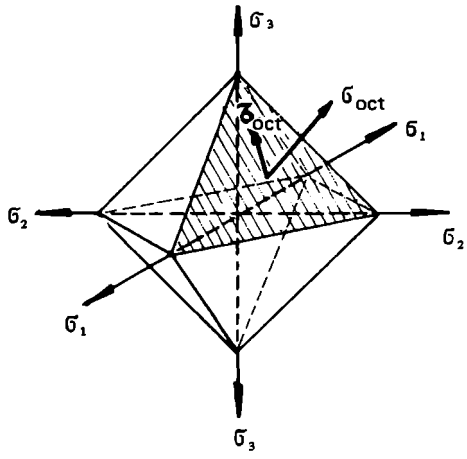


Fig. 10-7

Como se demonstra, o valor da *tensão octaédrica normal* é dado por:

$$\sigma_{oct.} = \frac{1}{3}(\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3)$$

e o da *tensão octaédrica tangencial*:

$$\tau_{oct.} = \frac{1}{3}\sqrt{(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_1 - \sigma_3)^2}$$

ou, ainda, por:

$$\sigma_{oct.} = \frac{1}{3} I_1$$

$$\tau_{oct.} = \frac{\sqrt{2}}{3}\sqrt{I_1^2 - 3I_2}$$

em função dos invariantes.

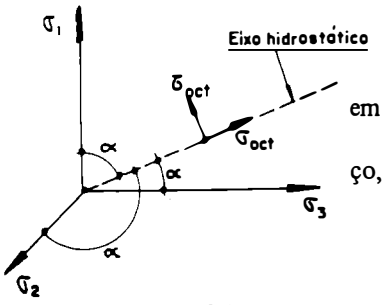


Fig. 10-8

Exemplo – Para um ponto específico de um maciço, o estado de tensões é definido por

$$\begin{bmatrix} 12 & 6 & 9 \\ 6 & 10 & 3 \\ 9 & 3 & 14 \end{bmatrix} \text{ kg/cm}^2$$

Determinar o valor das tensões octaédricas.

Tem-se que:

$$I_1 = 12 + 10 + 14 = 36$$

$$I_2 = 12 \times 10 + 12 \times 14 + 10 \times 14 - 6^2 - 9^2 - 3^2 = 302$$

donde:

$$\sigma_{oct} = \frac{36}{3} = 12 \text{ kg/cm}^2$$

$$\tau_{oct} = \frac{\sqrt{2}}{3}\sqrt{36^2 - 3 \times 302} = 9{,}31 \text{ kg/cm}^2$$

No *espaço de Haigh-Westergaard* (Fig. 10-8) a reta passando pela origem e fazendo ângulos iguais $\left(\alpha = \text{arc cos}\,\frac{\sqrt{3}}{3}\right)$ com os eixos coordenados, representa um *estado hidrostático* (eixo hidrostático) de tensão: $\sigma_1 = \sigma_2 = \sigma_3 = w$. A tensão octaédrica normal situa-se sobre o eixo hidrostático, e a tangencial lhe é perpendicular.

Com a introdução dos conceitos de invariante linear I_1 e de tensão octaédrica normal:

$$\sigma_{oct} = \frac{\sigma_x + \sigma_y + \sigma_z}{3} = \frac{1}{3} I_1$$

O tensor das tensões se decompõe em:

$$\begin{bmatrix} \sigma_x & \cdot & \cdot \\ \tau_{xy} & \sigma_y & \cdot \\ \tau_{xz} & \tau_{yz} & \sigma_z \end{bmatrix} = \frac{I_1}{3}\delta_{ij} + \begin{bmatrix} \sigma_x - \sigma_{oct} & \cdot & \cdot \\ \tau_{xy} & \sigma_y - \sigma_{oct} & \cdot \\ \tau_{xz} & \tau_{yz} & \sigma_z - \sigma_{oct} \end{bmatrix}$$

expressões, respectivamente, dos tensores esférico e antiesférico.

Quando

$$\sigma_2 = \sigma_3 = \sigma_r \text{ e } \sigma_1 > \sigma_r$$

caso do *ensaio de compressão triaxial*, este tensor escreve-se, tendo em vista a clássica decomposição vista, com

$$\sigma_m = \frac{\sigma_1 + 2\sigma_r}{3}:$$

$$\begin{bmatrix} \sigma_1 & 0 & 0 \\ 0 & \sigma_r & 0 \\ 0 & 0 & \sigma_r \end{bmatrix} = \frac{\sigma_1 + 2\sigma_r}{3}\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} + (\sigma_1 - \sigma_r)\begin{bmatrix} \frac{2}{3} & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{1}{3} & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{1}{3} \end{bmatrix}$$

onde, o primeiro é um tensor esférico definindo uma tensão hidrostática de intensidade $\frac{\sigma_1 + 2\sigma_r}{3}$ e o segundo um tensor antiesférico caracterizado pelo desvio de tensões $(\sigma_1 - \sigma_r)$.

Para um estado hidrostático puro de tensão ($\sigma_1 = \sigma_2 = \sigma_3 = w$, isto é, pressão uniforme em todas as direções), como vimos o tensor se reduz a:

$$\begin{bmatrix} w & 0 & 0 \\ 0 & w & 0 \\ 0 & 0 & w \end{bmatrix} = w\delta_{ij} = \sigma_{oct.}\,\delta_{ij}$$

pois nesse caso $w = \sigma_{oct.}$

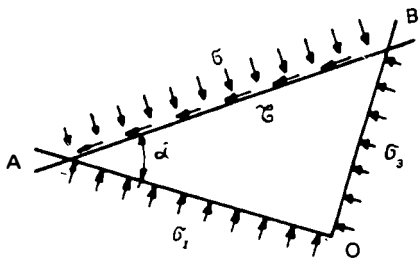


Fig. 10-9

Estado plano de tensão – Muitos problemas que envolvem maciços terrosos permitem considerar apenas σ_3 e σ_1, reduzindo-os, assim, a problemas planos. Nessas condições, estabeceremos as equações de equilíbrio que se seguem.

A Fig. 10-9 representa um ponto O dentro de uma massa sujeita a esforços, com OA o traço do plano principal maior e OB o do plano principal menor. Vejamos como determinar as tensões σ e τ sobre qualquer plano normal à figura e definido por sua inclinação α em relação ao plano principal maior.

Considerando OAB como um elemento infinitesimal, e tendo em vista as indicações dadas na Fig. 10-10, escrevamos as equações de equilíbrio dessas forças.

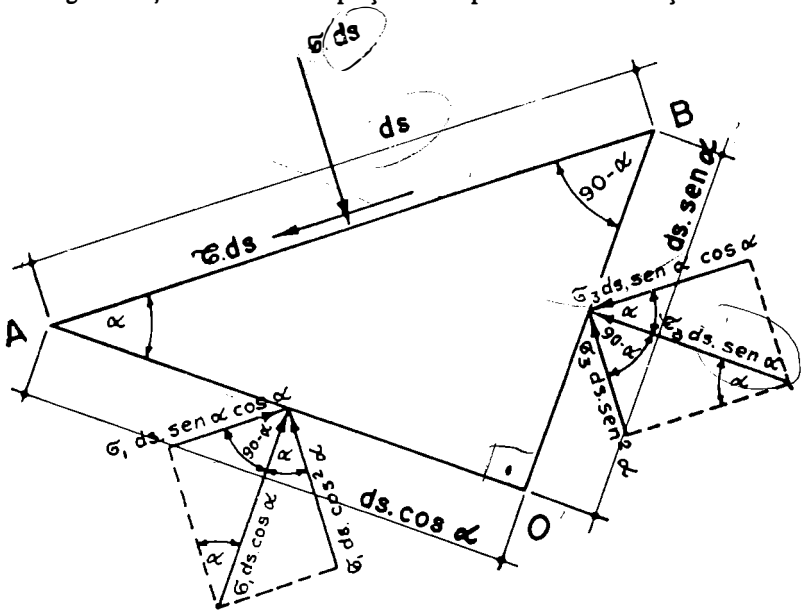


Fig. 10-10

Tem-se, assim, respectivamente, nas direções normal e tangencial à AB:

$$\sigma \cdot ds = \sigma_1 \cdot ds \cdot \cos^2\alpha + \sigma_3 \cdot ds \cdot \text{sen}^2\alpha$$

e,

$$\tau \cdot ds = \sigma_1 \cdot ds \cdot \text{sen}\,\alpha\,\cos\alpha - \sigma_3 \cdot ds \cdot \text{sen}\,\alpha\,\cos\alpha$$

ou, simplificando:

$$\sigma = \sigma_1 \cos^2\alpha + \sigma_3\,\text{sen}^2\alpha = \sigma_1 \frac{1 + \cos 2\alpha}{2} + \sigma_3 \frac{1 - \cos 2\alpha}{2}$$

e,

$$\tau = (\sigma_1 - \sigma_3)\,\text{sen}\,\alpha\,\cos\alpha$$

ou ainda, após simples transformações trigonométricas:

$$\sigma = \frac{\sigma_1 + \sigma_3}{2} + \frac{\sigma_1 - \sigma_3}{2}\cos 2\alpha$$

e

$$\tau = \frac{\sigma_1 - \sigma_3}{2}\,\text{sen}\,2\alpha$$

que são as fórmulas que permitem conhecer, em função de σ_3 e σ_1, os valores de σ e τ sobre qualquer plano AB definido por α.

A Fig. 10-11 mostra-nos a variação dos σ e dos τ para os diferentes valores de α; para $\alpha = 45°$ ocorre o valor máximo $\tau_{máx} = \frac{\sigma_1 - \sigma_3}{2}$.

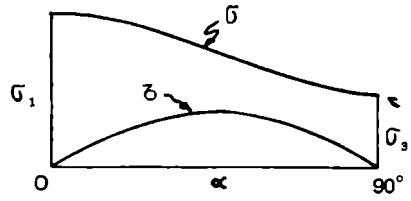


Fig. 10-11

Círculo de Mohr – Se num sistema cartesiano ortogonal (σ, τ) traçarmos três semicírculos, como indicado na Fig. 10-12, demonstra-se que o ponto representativo do estado de tensão sobre qualquer seção inclinada em relação aos planos principais, situa-se na área hachurada limitada pelos três semicírculos. Daí se conclui que a tensão máxima de cisalhamento é igual ao raio do círculo maior:

$$\tau_{máx} = \frac{\sigma_1 - \sigma_3}{2}$$

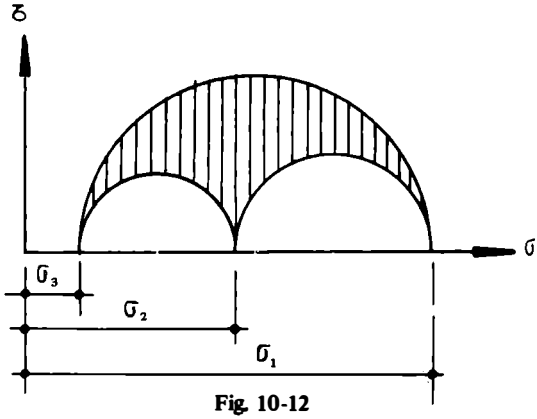


Fig. 10-12

Para *um estado plano de tensão* os valores de σ e τ, para um determinado α, podem ser obtidos graficamente pelo *círculo de tensões ou círculo de Mohr* (1870). Para traçá-lo, tomam-se dois eixos ortogonais, Fig. 10-13, representando-se os σ em abscissas e os τ em ordenadas, e para coordenadas do centro $\left(\frac{\sigma_1 + \sigma_3}{2}, 0\right)$ e para valor do raio, $r = \frac{\sigma_1 - \sigma_3}{2}$.

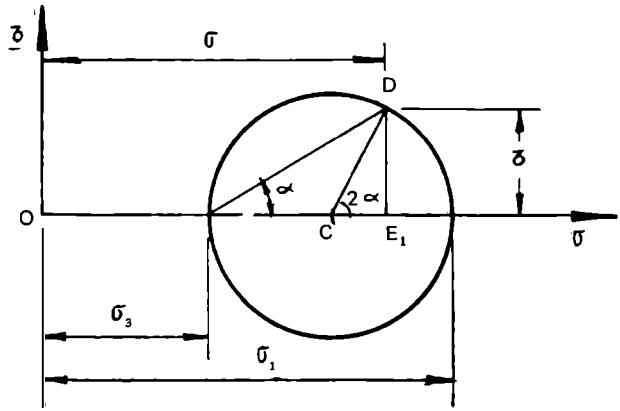


Fig. 10-13

O círculo em questão goza da seguinte propriedade: todo raio, que forma com o eixo das abscissas um ângulo 2α, corta o círculo num ponto D, cujas coordenadas são os valores de σ e τ. Com efeito, como facilmente se obtém do diagrama:

$$\sigma = \frac{\sigma_1 + \sigma_3}{2} + r \cdot \cos 2\alpha = \frac{\sigma_1 + \sigma_3}{2} + \frac{\sigma_1 - \sigma_3}{2} \cos 2\alpha$$

$$\tau = r \cdot \operatorname{sen} 2\alpha = \frac{\sigma_1 - \sigma_3}{2} \operatorname{sen} 2\alpha$$

o que verifica a propriedade.

Ainda sobre a construção de Mohr, sintetizada na Fig. 10-14, observamos que sendo Q um ponto de um maciço terroso em que se conhecem as tensões σ_1 e σ_3 nas direções d_1 e d_3, para se conhecer as tensões neste ponto numa direção d, definida pelo ângulo θ com a direção d_3, faz-se a seguinte construção (Fig. 10-15): por S_1 tira-se uma paralela à d_3 até cortar o círculo de Mohr num ponto P, chamado *pólo*; por este ponto traça-se uma paralela à direção d (ou seja uma reta formando com S_1P o ângulo θ até cortar o círculo em D, cujas coordenadas são as tensões em Q na direção d.

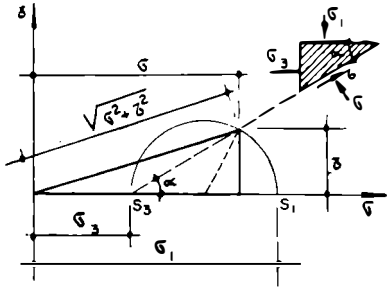


Fig. 10-14

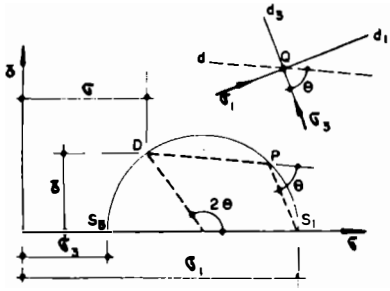


Fig. 10-15

Se duas das tensões principais são nulas ($\sigma_2 = \sigma_3 = 0$), *estado simples de tensão*, o círculo de Mohr é o indicado na Fig. 10-16, caso em que para $\alpha = 45°$ obtém-se $\tau_{max} = \frac{\sigma_1}{2}$.

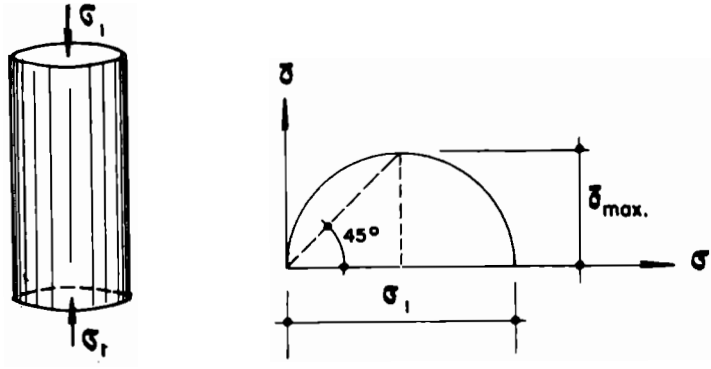


Fig. 10-16

Se as três tensões principais são iguais, $\sigma_1 = \sigma_2 = \sigma_3 = w$, a representação se reduz a um ponto (Fig. 10-17).

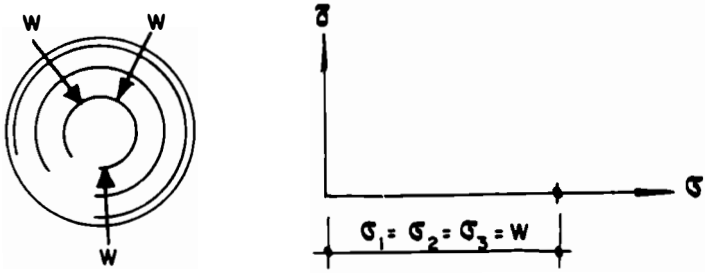


Fig. 10-17

Conseqüentemente em todas as facetas em torno do ponto, σ = constante e $\tau = 0$.

Condições de equilíbrio interno – Considerando-se um paralelepípedo elementar de arestas dx, dy e dz, em torno de um ponto qualquer O de um corpo (Fig. 10-18) e escrevendo-se as equações de equilíbrio, em cada direção, entre as nove componentes da tensão, obtém-se as *equações diferenciais de Cauchy*:

$$\begin{cases} \dfrac{\partial \sigma_x}{\partial x} + \dfrac{\partial \tau_{yx}}{\partial y} + \dfrac{\partial \tau_{zx}}{\partial z} + X = 0 \\ \dfrac{\partial \tau_{xy}}{\partial x} + \dfrac{\partial \sigma_y}{\partial y} + \dfrac{\partial \tau_{zy}}{\partial z} + Y = 0 \\ \dfrac{\partial \tau_{xz}}{\partial x} + \dfrac{\partial \tau_{yz}}{\partial y} + \dfrac{\partial \sigma_z}{\partial z} + Z = 0 \end{cases}$$

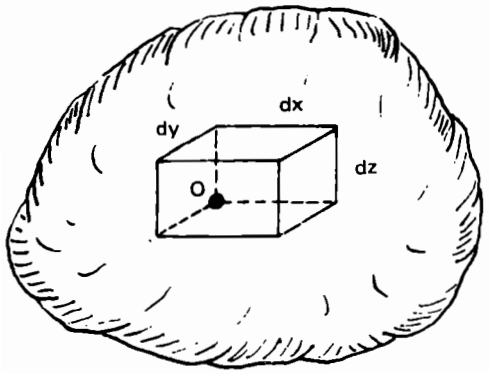


Fig. 10-18

que expressam as chamadas *condições de equilíbrio interno*, com X, Y e Z as componentes das "forças de massa", por unidade de volume.

Estabeleçamos, a seguir, as condições de equilíbrio interno para o *estado duplo de tensão*, supondo-se uma das dimensões muito grande em relação às outras, casos, por exemplo, de um aterro ou de um túnel (Fig. 10-19).

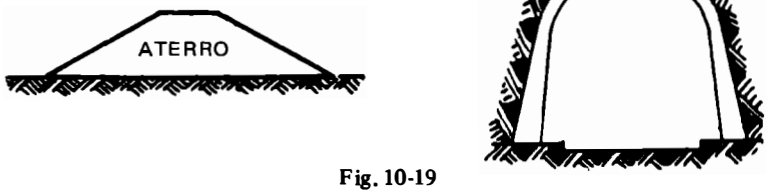


Fig. 10-19

Considerando-se um elemento de dimensões dx e dz, de peso específico γ, e escrevendo-se as equações de equilíbrio (horizontal e vertical) das tensões normais e tangenciais indicadas na Fig. 10-20, tem-se:

$$\begin{cases} \left(\sigma_x + \dfrac{\partial \sigma_x}{\partial x}\, dx\right) dz - \sigma_x\, dz + \left(\tau_{zx} + \dfrac{\partial \tau_{zx}}{\partial z}\, dz\right) dx - \tau_{zx}\, dx = 0 \\ \left(\sigma_z + \dfrac{\partial \sigma_z}{\partial x}\, dz\right) dx - \sigma_z\, dx + \left(\tau_{xz} + \dfrac{\partial \tau_{xz}}{\partial x}\, dx\right) dz - \tau_{xz}\, dz = \gamma\, dx\, dz \end{cases}$$

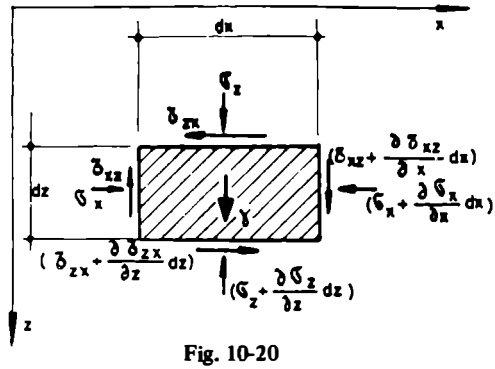


Fig. 10-20

donde se obtém:

$$\begin{cases} \dfrac{\partial \sigma_x}{\partial x} + \dfrac{\partial \tau_{zx}}{\partial z} = 0 \\ \dfrac{\partial \sigma_z}{\partial z} + \dfrac{\partial \tau_{xz}}{\partial x} = \gamma \end{cases}$$

que são as equações de equilíbrio no plano, com γ o peso específico do material.

Para um ponto de coordenadas r e θ (Fig. 10-21), as *equações de equilíbrio em coordenadas polares*, escrevem-se:

$$\frac{\partial \sigma_r}{\partial r} + \frac{1}{r} \cdot \frac{\partial \tau_{r\theta}}{\partial \theta} + \frac{\sigma_r - \sigma_\theta}{r} = \gamma \cos\theta$$

$$\frac{\partial \tau_{r\theta}}{\partial r} + \frac{1}{r} \cdot \frac{\partial \sigma_\theta}{\partial \theta} + 2\,\frac{\tau_{r\theta}}{r} = -\gamma \operatorname{sen}\theta.$$

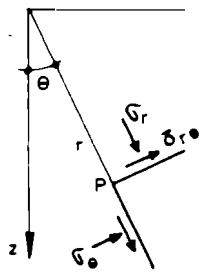


Fig. 10-21

10-3 Deformações

Modalidades de deformação – As tensões provocam alterações nas posições de cada ponto, ou sejam, *deformações* do meio. As tensões normais ocasionam uma *compressão* das camadas (variando o volume e afetando muito pouco a forma do maciço), sendo responsáveis pelos "recalques" (uniformes ou diferenciais) das estruturas; as tensões de cisalhamento produzem o *escoamento plástico* (com alteração da forma), podendo conduzir à "ruptura" do maciço, se vencida a *resistência* ao cisalhamento do material, numericamente obtida pela lei de Coulomb.

Tensor das deformações – Também o *estado de deformação* de um ponto de um corpo é definido por uma grandeza tensorial:

$$\begin{bmatrix} \epsilon_x & \frac{1}{2}\gamma_{xy} & \frac{1}{2}\gamma_{xz} \\ \frac{1}{2}\gamma_{yx} & \epsilon_y & \frac{1}{2}\gamma_{yz} \\ \frac{1}{2}\gamma_{zx} & \frac{1}{2}\gamma_{zy} & \epsilon_z \end{bmatrix}$$

chamada *tensor das deformações*, com $\epsilon_x = \frac{\partial u}{\partial x}$, ... as *deformações longitudinais específicas* e $\gamma_{xy} = \gamma_{yx} = \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x}$, $\gamma_{xz} = \gamma_{zx} = \frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial x}$, ... as *deformações angulares*; u, v e w são as *componentes do deslocamento* relativo do ponto. Tal tensor é, também, simétrico. Para um estado plano os significados dos símbolos estão dados na Fig. 10-22.

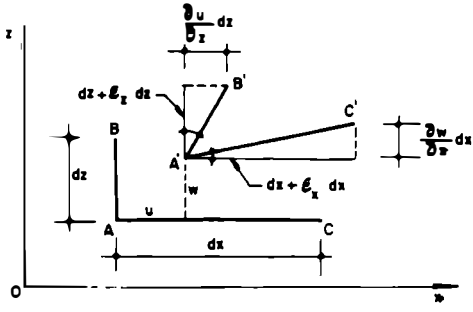


Fig. 10-22

Variação volumétrica e variação de forma – Observe-se que nos tensores tensão e deformação, as componentes principais representam, respectivamente, as tensões e deformações causadoras da *variação volumétrica*, enquanto as demais componentes, num e noutro tensor, referem-se a *uma variação de forma* (distorção) do corpo.

Em linguagem tensorial, essa distinção se traduz nas seguintes decomposições dos tensores:

$$\begin{bmatrix} \sigma_x & 0 & 0 \\ 0 & \sigma_y & 0 \\ 0 & 0 & \sigma_z \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & \tau_{xy} & \tau_{xz} \\ \tau_{yx} & 0 & \tau_{yz} \\ \tau_{zx} & \tau_{zy} & 0 \end{bmatrix}$$

e

$$\begin{bmatrix} \epsilon_x & 0 & 0 \\ 0 & \epsilon_y & 0 \\ 0 & 0 & \epsilon_z \end{bmatrix} + \frac{1}{2}\begin{bmatrix} 0 & \gamma_{xy} & \gamma_{xz} \\ \gamma_{yx} & 0 & \gamma_{yz} \\ \gamma_{zx} & \gamma_{zy} & 0 \end{bmatrix}$$

respectivamente *componentes da dilatação cúbica e de distorção*.

Ao longo das três direções principais (para os materiais isótropos, como estamos considerando, elas são as mesmas, tanto para tensões como para deformações) as distorções são nulas, passando o tensor deformação a se escrever:

$$\begin{bmatrix} \epsilon_1 & 0 & 0 \\ 0 & \epsilon_2 & 0 \\ 0 & 0 & \epsilon_3 \end{bmatrix} = \frac{\epsilon}{3}\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \epsilon_1 - \frac{\epsilon}{3} & 0 & 0 \\ 0 & \epsilon_2 - \frac{\epsilon}{3} & 0 \\ 0 & 0 & \epsilon_3 - \frac{\epsilon}{3} \end{bmatrix}$$

com $\epsilon = \epsilon_1 + \epsilon_2 + \epsilon_3$.

O primeiro é um tensor esférico correspondente a uma dilatação isótropa e, o segundo, é um tensor antiesférico relativo a desvio de tensão.

Nota – Analogamente aos círculos de Mohr para as tensões, pode-se construir círculos de Mohr para as deformações, com os eixos ϵ e $\frac{1}{2}\gamma$.

Velocidade de deformação – A introdução do conceito de *velocidade de deformação* é de grande importância na teoria da plasticidade:

$$\dot{\epsilon} = \frac{d\epsilon}{dt}.$$

10-4 Tipos e Comportamento dos Materiais

Considerações iniciais – Todos os materiais, inclusive os *solos*, de que são formados os *corpos* (ou *meios*) *reais* se deformam, em maior ou menor intensidade, sob a ação do seu peso próprio ou das cargas que lhes são impostas, como já vimos.

O comportamento do material, quando carregado, depende, naturalmente, das tensões nele instaladas. Assim, se, aumentando as tensões, as deformações crescem proporcionalmente, diz-se que o material se encontra no "estado elástico"; se, continuando a crescer as tensões, passam-se a observar deformações apreciáveis, revela-se o "estado plástico"; a seguir, aparecem fissuras locais e atinge-se o "estado de ruptura".

Há que se observar que, para o conceito de "ruptura", não existe ainda uma definição clara, rigorosa e precisa, entendendo-se normalmente como o valor da tensão correspondente ao início do comportamento *inelástico* do material, seja quando a deformação ultrapassa o limite de "escoamento" ou no momento da "ruptura" (quando ele se "fratura" – caso dos "materiais dúcteis", como o aço doce – ou se "desagrega" – caso dos "materiais frágeis", como o concreto).

Para os solos, por sua natureza mais complexa que os outros materiais, não é fácil caracterizar nitidamente esses três estados. Ainda assim, é usual aplicar as teorias clássicas utilizadas para os demais corpos, tendo-se sempre presentes suas limitações e o caráter aproximado das conclusões obtidas.

Justificando a aplicação dessas teorias aos solos, reproduzimos na Fig. 10-22*a* os diagramas tensão-deformação obtidos de ensaios triaxiais com areias e argilas, nos quais se distingue um trecho linear (estado elástico), seguido de um trecho curvo (estado plástico) até alcançar a ruptura.

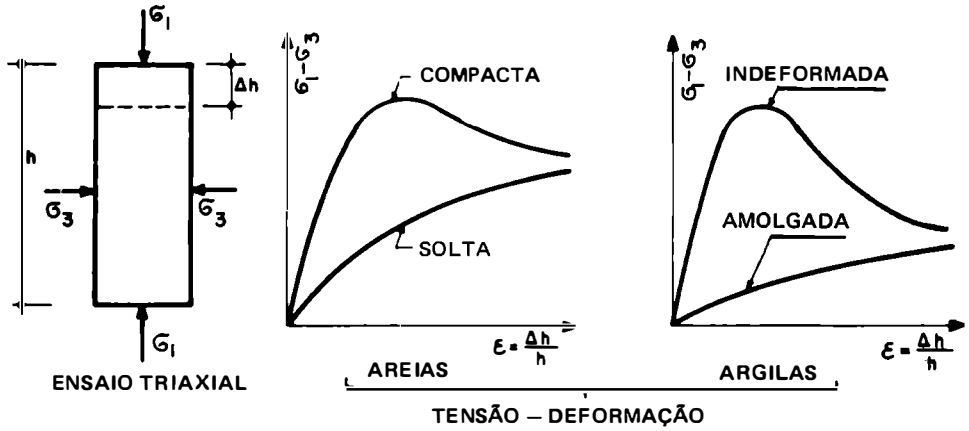


Fig. 10-22a

A visualização desse mecanismo, desde a simples deformação até a ruptura do solo, é ilustrada na Fig. 10-22*b* onde se distingue, à medida que cresce a carga, as fases: elástica e plástica, esta última evidenciada por uma ruptura progressiva do maciço ao longo de

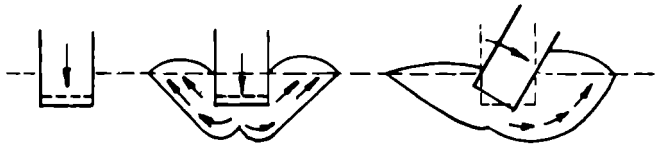


Fig. 10-22b

superfícies de ruptura; seus traços no plano vertical, chamam-se *linhas de ruptura* ou *linhas de deslizamento*. Para este caso simples do carregamento da fundação de uma sapata corrida, a fase de ruptura é esquematizada na Fig. 10-22*c*.

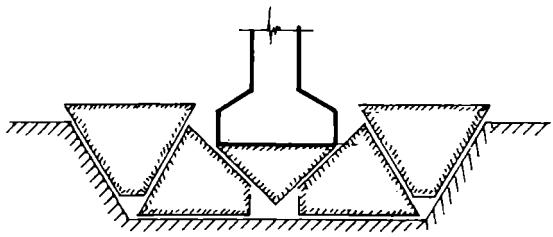


Fig. 10-22c

Há que se considerar, ainda, que em outras situações os solos se enquadram no âmbito mais complexo de comportamentos visco-elásticos e, em geral, visco-plásticos; os meios não coesivos, por exemplo, são sensivelmente elasto-plásticos.

Corpos rígidos – Dos corpos considerados *perfeitamente rígidos* – que se deslocam por translação e/ou rotação, sem se deformarem – cuida a *Mecânica Racional*, de onde provêm as conhecidas "condições de equilíbrio" (também chamadas "equações universais" da Estática), válidas para todos os corpos:

$$\vec{R} = 0 \quad \text{e} \quad \vec{M} = 0$$

segundo as quais a resultante de todas as forças e o momento resultante em relação a qualquer ponto do espaço têm que ser nulos.

Para os corpos deformáveis, essas condições, embora *necessárias*, não são *suficientes*.

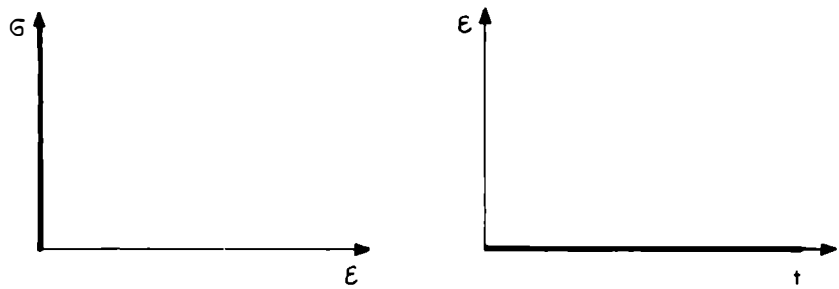


Fig. 10-22d

Os diagramas σ-ϵ (tensão-deformação) e ϵ-t (deformação-tempo) do corpo rígido são representados na Fig. 10-22*d*. Trata-se do chamado *sólido perfeito* ou *sólido de Euclides* ($\epsilon = 0$).

Líquido perfeito – O material em que nenhuma força (salvo a sua inércia) se opõe à sua deformação e que é, portanto, dotado de total mobilidade denomina-se *líquido perfeito* ou *líquido de Pascal.*

Todos os *materiais reais* estão compreendidos entre esses dois extremos: o sólido perfeito e o líquido perfeito.

Corpos deformáveis – A fim de se descrever matematicamente o comportamento dos materiais empregados em Engenharia – considerando que a relação tensão-deformação-tempo é geralmente complexa, particularmente em se tratando de *solos* e *rochas* – introduzem-se simplificações, reduzindo-os a três tipos ideais de materiais: *elásticos*, *viscosos* e *plásticos*, cujos diagramas representativos dos seus comportamentos indicamos na Fig. 10-22*e*.

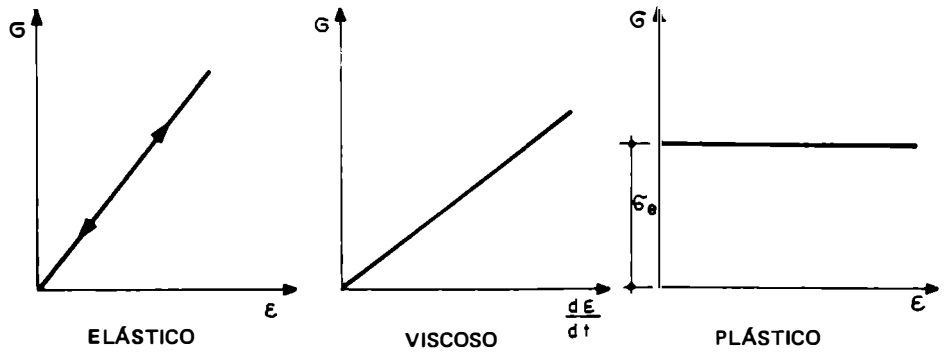


Fig. 10-22e

A proporcionalidade entre as tensões (σ) e deformações (ϵ) para os materiais elásticos puros é expressa pela Lei de Hooke, $\sigma = E \cdot \epsilon$, onde a constante E, característica do material e com as dimensões de uma tensão, é o "módulo de elasticidade" ou "módulo de Young".

Os meios viscosos puros obedecem à Lei Linear de Viscosidade, devida a Newton:

$$\sigma = \eta \frac{d\epsilon}{dt},$$

onde η é o "coeficiente de viscosidade".

Nos corpos plásticos puros, as tensões somente geram deformações permanentes e sem ruptura se $\sigma \geqslant \sigma_e$ onde σ_e é chamada *tensão de escoamento.*

Dos sólidos (supostos contínuos, homogêneos e isótropos) elásticos trata a *Teoria Matemática da Elasticidade*; dos sólidos plásticos, a *Teoria da Plasticidade*; e dos meios viscosos (líquidos e gases), a *Mecânica dos Fluidos.*

A preocupação em procurar compreender melhor o comportamento dos materiais reais levou a imaginar os corpos:

– *elasto-plásticos*, quando se deformam elasticamente até alcançar a tensão de escoamento, ou seja, o limiar da plasticidade. A partir daí a deformação é *independente do tempo* e, na sua totalidade, permanente. Os diagramas tensão-deformação são os indicados na Fig. 10-22*f*, onde distinguimos os comportamentos *rígido-plástico perfeito*, quando não há deformação elástica, e *elasto-plástico perfeito*;

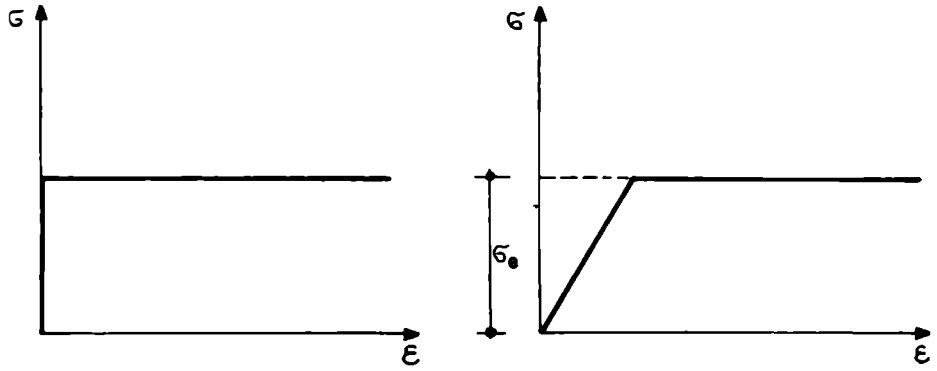


Fig. 10-22f

Nas aplicações à Mecânica dos Solos, a adoção dos comportamentos indicados não implica em erro grave, desde que as alterações da forma do maciço sejam negligenciáveis. Isto importa em dizer que as conclusões obtidas só serão válidas no instante em que se inicia o escoamento plástico, e não quando já se tenham produzido deformações finitas. O equilíbrio plástico é essencialmente um estado de ruptura iminente.

– *visco-elásticos*, quando, sob uma tensão constante, sua deformação *evolui com o tempo*, tendendo a um limite. É o caso, por exemplo, dos metais a temperaturas elevadas, de lubrificantes espessos e de produtos betuminosos que fluem sob o seu próprio peso. A teoria do "adensamento das argilas", de Terzaghi, inclui não só efeitos elásticos como visco-elásticos.

– *visco-plásticos*, quando, sob tensão constante, sua deformação *evolui ao longo do tempo*, apresentando deformações residuais.

É particularmente importante assinalar que, com a introdução da variável *tempo*, observa-se que muitos materiais apresentam os fenômenos de *escoamento viscoso* (*creep*) e de *relaxação* (Fig. 10-22*g*).

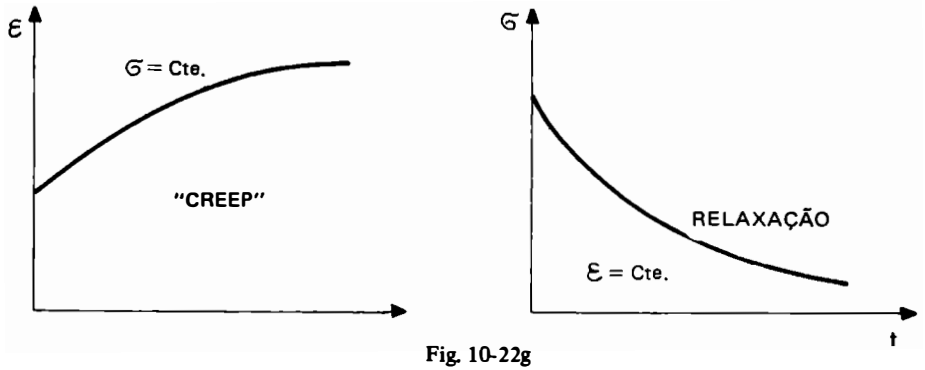


Fig. 10-22g

No primeiro caso, mantendo a tensão constante, a deformação varia com o tempo, enquanto que no segundo, mantendo a deformação constante, é a tensão que varia com o tempo.

O estudo das tensões e correspondentes deformações, levando em conta o tempo, chama-se *Reologia* (etimologicamente, significa a "ciência do que escoa").

A estruturação dessa nova ciência, considerada como um ramo da Física, data de 1928 e se deve, principalmente, a um grupo de físico-químicos liderados pelo Prof. Bingham, por isso mesmo tido como o "pai da Reologia". O Prof. Reiner é considerado o seu mais entusiástico divulgador, através dos artigos e livros de sua autoria.

Todos esses problemas relativos aos corpos deformáveis – tratados pela elasticidade, plasticidade, visco-elasticidade e reologia – constituem partes de um estudo sistemático mais geral conhecido como a *Mecânica dos Meios Contínuos.*

Face ao exposto é que consideramos justificado complementar, embora sumariamente, alguns conceitos básicos de Elasticidade, Plasticidade e Reologia, aplicáveis à Mecânica dos Solos.

10-5 Elasticidade

A – Da Elasticidade de Três Dimensões

A teoria matemática da elasticidade fundamenta-se nos estudos, entre outros, de Cauchy, Navier, Lamé e Poisson, tendo suas equações fundamentais sido estabelecidas na década de 1820.

O estudo sobre a possível distribuição das pressões no solo, resultado da aplicação da *teoria dos potenciais* de Boussinesq, baseia-se na teoria da elasticidade.

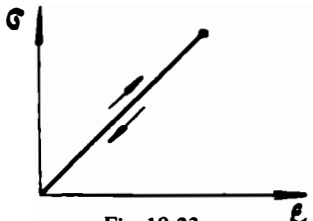


Fig. 10-23

Lei de Hooke. Coeficiente de Poisson – A teoria da elasticidade linear é baseada no comportamento elástico dos materiais (Fig. 10-23), ou seja na proporcionalidade entre as tensões σ e as deformações ϵ, segundo a *lei de Hooke.*

A razão $\frac{\sigma}{\epsilon} = E$ denomina-se *módulo de elasticidade* ou módulo de Young. Por exemplo: para o aço

Isce $E = 2{,}1 \times 10^6\ kg/cm^2$ e para o concreto trabalhando a compressão $E = 0{,}2 \times 10^6\ kg/cm^2$.

A correspondente expansão lateral do material terá por valor $\epsilon' = -\mu \frac{\sigma}{E}$ onde μ é o *coeficiente de Poisson*; ao seu valor recíproco, $m = 1/\mu$, chama-se *número de Poisson.*

Experimentalmente encontra-se para o aço $\mu = 0{,}30$ e para o concreto o seu valor médio é da ordem de 0,20. Para os solos e as rochas, μ varia entre 0,2 e 0,4.

Princípio da superposição dos efeitos ou *princípio de Boltzmann* – Segundo este princípio a "superposição de estados elásticos diferentes ocasiona a superposição das deformações correlativas".

Princípio de Saint-Venant – De grande importância no estudo da distribuição das pressões nos terrenos de fundação, o *princípio de Saint-Venant* estabelece que as forças atuantes sobre um elemento da superfície de um corpo elástico podem ser substituídas por um outro sistema de forças estaticamente equivalente, sem que se alterem apreciavelmente, em pontos afastados da superfície solicitada, os efeitos dessa substituição.

Lei de Hooke generalizada – Para um material elástico e isótropo, pela aplicação do princípio da superposição dos efeitos (Fig. 10-24), deduzem-se de imediato as fórmulas:

$$\begin{cases} \epsilon_x = \dfrac{\partial u}{\partial x} = \dfrac{1}{E}\left[\sigma_x - \mu(\sigma_y + \sigma_z)\right] \\ \epsilon_y = \dfrac{\partial v}{\partial y} = \dfrac{1}{E}\left[\sigma_y - \mu(\sigma_x + \sigma_z)\right] \\ \epsilon_z = \dfrac{\partial w}{\partial z} = \dfrac{1}{E}\left[\sigma_z - \mu(\sigma_x + \sigma_y)\right] \end{cases} \tag{2}$$

que exprimem a chamada *lei de Hooke generalizada.*

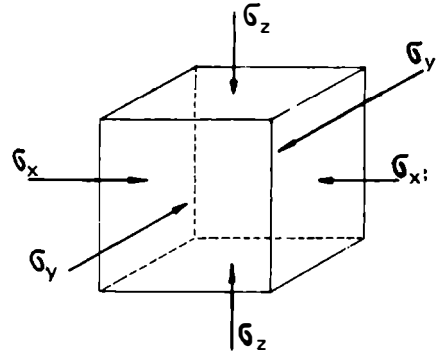


Fig. 10-24

Resolvido este sistema de equações em relação a σ_x, σ_y e σ_z, obtém-se, tomando $\epsilon = \epsilon_x + \epsilon_y + \epsilon_z$:

$$\begin{cases} \sigma_x = \lambda\,\epsilon + 2\,G\,\epsilon_x \\ \sigma_y = \lambda\,\epsilon + 2\,G\,\epsilon_y \\ \sigma_z = \lambda\,\epsilon + 2\,G\,\epsilon_z \end{cases} \tag{3}$$

com:

$$G = \frac{E}{2\,(1+\mu)}$$

e

$$\lambda = \frac{E\,\mu}{(1+\mu)\,(1-2\,\mu)} = \frac{2\,G\,\mu}{1-2\,\mu}$$

as chamadas *constantes de Lamé* (ambas com as dimensões de uma tensão), as quais envolvem as características do material (E e μ).

[As propriedades elásticas de um corpo são caracterizadas, no caso geral de anisotropia, por 21 constantes independentes (veja-se, por exemplo, Féodossiev – *Résistance des Matériaux*).]

Entre as deformações e tensões de cisalhamento, estabelecem-se as seguintes relações:

$$\begin{cases} \gamma_{xy} = \dfrac{\tau_{xy}}{G} = \dfrac{2}{E}\,(1+\mu)\,\tau_{xy} \\ \gamma_{yz} = \dfrac{\tau_{yz}}{G} = \dfrac{2}{E}\,(1+\mu)\,\tau_{yz} \\ \gamma_{xz} = \dfrac{\tau_{xz}}{G} = \dfrac{2}{E}\,(1+\mu)\,\tau_{xz} \end{cases} \tag{4}$$

onde, aqui, G denomina-se *módulo de elasticidade transversal* ou *módulo de rigidez*.

As seis equações (2) e (4) definem as relações tensão-deformação elástica.

Para pequenas deformações, a variação volumétrica específica, será:

$$\epsilon = \frac{(1-2\,\mu)\,\sigma}{E}$$

com

$$\sigma = \sigma_x + \sigma_y + \sigma_z.$$

Para o caso particular de uma pressão hidrostática ($\sigma_x = \sigma_y = \sigma_z = w$), ter-se-á:

$$\epsilon = \frac{3w}{E}(1 - 2\mu).$$

Se o material é considerado *incompressível*, $\epsilon = 0$, decorre que $\mu = 0{,}5$ (exemplo: gelatina).

Exemplo: Um maciço terroso é caracterizado pelos parâmetros: módulo de elasticidade $E = 500\ \text{kg/cm}^2$, coeficiente de Poisson $\mu = 0{,}32$ e índice de vazios $\epsilon_i = 0{,}52$. Solicitado por um carregamento externo, instala-se no seu interior o seguinte estado de tensões:

$$\sigma_x = 12{,}70\ \text{kg/cm}^2,\ \sigma_y = 0{,}05\ \text{kg/cm}^2 \quad \text{e} \quad \sigma_z = 4{,}48\ \text{kg/cm}^2.$$

Pede-se calcular o índice de vazios (ϵ_f) do material após o carregamento.

Solução: Tem-se que:

$$\frac{\Delta V}{V_i} = \epsilon_x + \epsilon_y + \epsilon_z = \frac{1}{E}[(1 - 2\mu)(\sigma_x + \sigma_y + \sigma_z)].$$

Por outro lado, podemos escrever que:

$$\frac{\Delta V}{V_i} = \frac{V_i - V_f}{V_i} = \frac{V_{vi} + V_s - V_{vf} - V_s}{V_{vi} + V_s} = \frac{V_{vi} - V_{vf}}{V_{vi} + V_s} = \frac{\epsilon_i - \epsilon_f}{1 + \epsilon_i}.$$

Assim:

$$\frac{\epsilon_i - \epsilon_f}{1 + \epsilon_i} = \frac{1}{E}[(1 - 2\mu)(\sigma_x + \sigma_y + \sigma_z)].$$

Substituindo os símbolos pelos seus valores, vem:

$$\frac{0{,}52 - \epsilon_f}{1 + 0{,}52} = \frac{1}{500}[(1 - 2 \times 0{,}32)(12{,}70 + 0{,}05 + 4{,}48)].$$

Efetuando, obtém-se:

$$\epsilon_f = 0{,}502$$

Relações importantes — Como veremos no Vol. 2, num maciço terroso com superfície horizontal, a razão entre as tensões horizontal (σ_h) e vertical (σ_v) é expressa por um coeficiente K, o qual, não havendo deformação lateral, se chama *coeficiente de empuxo no repouso* e é representado por K_0.

Nessas condições, considerando-se um paralelepípedo elementar de solo, situado a uma profundidade z no interior de um maciço de peso específico γ e módulo de elasticidade E (Fig. 10-24*a*), podemos escrever que:

$$\mu \frac{\gamma z}{E} - \frac{K_0 \gamma z}{E} + \mu \frac{K_0 \gamma z}{E} = 0$$

donde:

$$\frac{\gamma z}{E} (\mu - K_0 + \mu K_0) = 0$$

e daí:

$$K_0 = \frac{\mu}{1 - \mu} \cdot$$

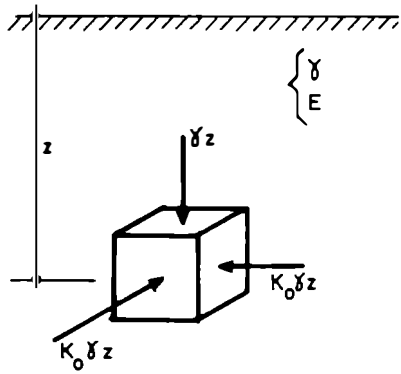


Fig. 10-24a

Como se verifica, no domínio elástico as pressões horizontais (σ_h) independem do módulo de elasticidade, da coesão e do ângulo de atrito do meio.

Das expressões anteriores se deduz uma relação entre os módulos E' (referido à compressão confinada) e E (à compressão não confinada).

Com efeito, a deformação vertical unitária do solo, a uma profundidade z, pode ser escrita:

$$\frac{\gamma z}{E'} = \frac{1}{E} (\gamma z - 2 \mu K_0 \gamma z)$$

ou:

$$\frac{\gamma z}{E'} = \frac{\gamma z}{E} (1 - 2 \mu K_0)$$

donde:

$$E' = \frac{E}{1 - 2 \mu K_0}$$

ou, substituindo K_0 pelo seu valor:

$$E' = E \frac{1 - \mu}{1 - \mu - 2\mu^2}$$

relação teórica bastante conhecida.

Com $\mu = 0 \rightarrow E' = E$ (corresponde a um material que não se deforma lateralmente) e com $\mu = 0{,}5 \rightarrow E' = \infty$ (caracteriza um material que não varia de volume). Para um solo com $\mu = 0{,}3$, por exemplo, verifica-se que E' é 35% superior a E.

Apesar de suas limitações, mas com razoável aproximação, a teoria da elasticidade se tem mostrado extremamente útil para o cálculo das tensões e deformações nos maciços terrosos (assimilados a meios elásticos segundo a teoria de Boussinesq, modificada por Fröhlich com a introdução de um "fator de concentração" – veja-se Vol. 2, Cap. 3).

Exemplo: Um apoio cilíndrico de aço, cheio de areia, suporta uma carga de 50 t, como indicado na Fig. 10-25.

Calcule as pressões no fundo e nas paredes do cilindro.

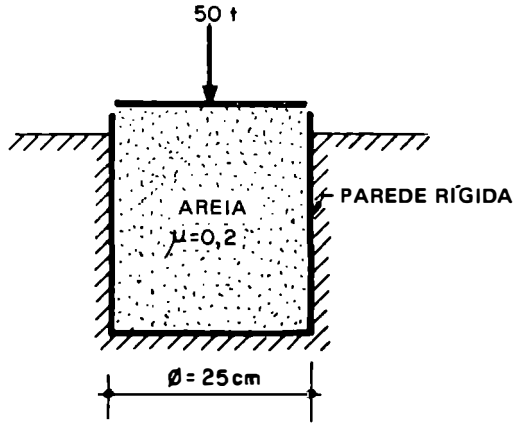


Fig. 10-25

Solução: Tem-se que:

$$\sigma_z = \frac{P}{S} = \frac{50}{\frac{\pi}{4}(0{,}25)^2} \simeq 100 \text{ kg/cm}^2$$

$$K_0 = \frac{\mu}{1 - \mu} = \frac{1/5}{4/5} = 0{,}25$$

$$\sigma_x = \sigma_y = K_0\,\sigma_z = 0{,}25 \times 100 = 25\ \text{kg/cm}^2.$$

Se o cilindro fosse enchido com óleo ($\mu = 0{,}5$), então $K_0 = 1$ e $\sigma_z = \sigma_y = \sigma_z = 100\ \text{kg/cm}^2$.

B – Da Elasticidade de Duas Dimensões

As expressões anteriores e outras a que nos referiremos, simplificam-se consideravelmente quando o *regime elástico* é estudado no plano. Este é o caso mais comum em Geomecânica, quando então na direção perpendicular à seção em estudo admite-se que as tensões sejam constantes e as deformações nulas.

Equações de equilíbrio – Para um ponto O num plano xOz, as equações de equilíbrio se simplificam, como vimos, tornando-se:

$$\begin{cases} \dfrac{\partial \sigma_x}{\partial x} + \dfrac{\partial \tau_{xz}}{\partial z} = 0 \\ \dfrac{\partial \sigma_z}{\partial z} + \dfrac{\partial \tau_{xz}}{\partial x} = \gamma. \end{cases} \tag{5}$$

com γ o peso específico do material.

Este sistema é evidentemente indeterminado, pois compreende duas equações e três incógnitas.

Componentes da deformação – No estado duplo de tensão apenas se consideram três componentes da deformação:

$$\begin{cases} \epsilon_x = \dfrac{\partial u}{dx} \\ \epsilon_z = \dfrac{\partial w}{dz} \\ \gamma_{xz} = \dfrac{\partial u}{\partial z} + \dfrac{\partial w}{\partial x}. \end{cases} \tag{6}$$

Lei de Hooke – As equações se reduzem a:

$$\begin{cases} \epsilon_x = \dfrac{1}{E}(\sigma_x - \mu\sigma_z) \\ \epsilon_z = \dfrac{1}{E}(\sigma_z - \mu\sigma_x) \\ \gamma_{xz} = \dfrac{\tau_{xz}}{G} = \dfrac{2(1+\mu)}{E}\,\tau_{xz}. \end{cases} \tag{7}$$

Equações de compatibilidade – Como as componentes da deformação (6) são funções de u e w, deve existir entre essas grandezas uma certa relação. Para estabelecê-la derivemos a primeira das equações duas vezes em relação a z, a segunda duas vezes em relação a x e a terceira, uma vez em relação a x e outra em relação a z. Dessas expressões resultará:

$$\frac{\partial^2 \epsilon_x}{\partial z^2} + \frac{\partial^2 \epsilon_z}{\partial x^2} = \frac{\partial^2 \gamma_{xz}}{\partial x \partial z}$$

que é chamada *condição de compatibilidade em termos de componentes de deformação.*

Do mesmo modo, por simples transformações de Cálculo Diferencial, obtém-se:

$$\frac{\partial^2 (\sigma_x + \sigma_z)}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 (\sigma_x + \sigma_z)}{\partial z^2} = 0$$

que é a *equação de compatibilidade em termos de tensões.*

Com a notação usada para o operador de Laplace de segunda ordem:

$$\nabla^2 = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2}$$

esta equação também se escreve:

$$\nabla^2 (\sigma_x + \sigma_z) = 0.$$

Sistema de equações – A resolução de problemas elásticos planos se reduz, assim, a determinar, levando em conta as "condições limites" do problema, as três incógnitas σ_x, σ_z e τ_{xz} das três equações:

$$\left\{ \begin{array}{l} \dfrac{\partial \sigma_x}{\partial x} + \dfrac{\partial \tau_{xz}}{\partial z} = 0 \\ \dfrac{\partial \sigma_z}{\partial z} + \dfrac{\partial \tau_{xz}}{\partial x} - \gamma = 0 \\ \nabla^2 (\sigma_x + \sigma_z) = 0. \end{array} \right\}$$

Conhecidas as componentes das tensões, determinam-se as componentes das deformações e, daí, as dos deslocamentos.

Função de tensão de Airy – A resolução do sistema anterior é consideravelmente simplificada com a introdução de uma função $F(x, z)$, chamada *função de tensões ou função de Airy*, definida pelas relações:

$$\sigma_x = \frac{\partial^2 F}{\partial z^2} \quad ; \qquad \sigma_z = \frac{\partial^2 F}{\partial x^2} \quad ; \qquad \tau_{xz} = -\frac{\partial^2 F}{\partial x \partial z} + \gamma x$$

Levando-se essas expressões à equação de compatibilidade, obtém-se:

$$\nabla^2 \left(\frac{\partial^2 F}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 F}{\partial z^2} \right) = 0$$

que desenvolvida, escreve-se:

$$\frac{\partial^4 F}{\partial x^4} + 2 \frac{\partial^4 F}{\partial x^2 \partial z^2} + \frac{\partial^4 F}{\partial z^4} = 0.$$

ou:

$$\nabla^4 (F) = 0 \text{ ou ainda } \nabla^2 (\nabla^2 F) = 0$$

que é uma equação de derivadas parciais de 4ª ordem. A função de Airy $F(x, z)$ que a satisfaz, deverá, pois, ser *bi-harmônica.*

A resolução dos problemas de elasticidade plana se reduz, então, a encontrar, dentre as soluções da equação $\nabla^4 F = 0$, aquela que igualmente satisfaça às condições limites ao caso particular em estudo.

Exemplos da função de Airy

1) Supondo que para um determinado problema se despreze o peso próprio do meio e que a função de Airy que o satisfaça seja:

$$F(x, z) = \frac{q}{\pi} x \operatorname{arc\,tg} \frac{x}{z}$$

calcule σ_x, σ_z e τ_{xz}.

Solução: Derivando sucessivamente a função $F(x, z)$ obtém-se:

$$\frac{\partial F}{\partial z} = -\frac{q}{\pi} \cdot \frac{x^2}{x^2 + z^2} \rightarrow \sigma_x = \frac{\partial^2 F}{\partial z^2} = \frac{2q}{\pi} \cdot \frac{x^2 z}{(x^2 + z^2)^2}$$

$$\frac{\partial F}{\partial x} = \frac{q}{\pi} \left(\operatorname{arc\,tg} \frac{x}{z} + \frac{xz}{x^2 + z^2} \right) \rightarrow \sigma_z = \frac{\partial^2 F}{\partial x^2} = \frac{2q}{\pi} \cdot \frac{z^3}{(x^2 + z^2)^2}$$

$$\tau_{xz} = -\frac{\partial^2 F}{\partial x \partial z} = \frac{2q}{\pi} \cdot \frac{xz^2}{(x^2 + z^2)^2}.$$

2) Supondo que a função de Airy que satisfaz a um problema é

$$F(x,z) = A\,xz\,(B + z^2)$$

pede-se calcular σ_x, σ_z e τ_{xz}.

Solução: Tem-se de imediato que:

$$\sigma_x = \frac{\partial^2 F}{\partial z^2} = 6\,A\,xz$$

$$\sigma_z = \frac{\partial^2 F}{\partial x^2} = 0$$

$$\tau_{xz} = -\frac{\partial^2 F}{\partial x \partial z} + \gamma = -A\,(B + 3z^2) + \gamma$$

As constantes A e B são determinadas tendo em vista as condições de contorno do problema em causa.

10-6 Plasticidade

Teoria da Plasticidade – É a designação dada ao estudo matemático, com base experimental, das relações tensão-deformação dos corpos que sofrem *deformações plásticas*, isto é, deformações que permanecem, mesmo quando cessadas as causas que as determinaram.

Ao desenvolvimento desta teoria estão ligados nomes como os de Tresca, Saint-Venant, Lévy, Boussinesq, Prandtl, Kármán, Hencky, Reissner, Jürgenson, von Mises, Sokolovski, Nádai, Prager, Drucker, Hodge e outros.

Critérios de ruptura – Os *critérios* ou *hipóteses de ruptura* dos materiais, com base em especulações teóricas ou em informações experimentais, estabelecem as condições de ruptura dos materiais. Vários são os critérios existentes*. Trataremos, a seguir, apenas dos critérios de Mohr e Mohr-Coulomb, os mais usados em Mecânica dos Solos.

---

* A palavra *critério* é de origem grega e significa "aquilo que serve para julgar a verdade". Em ciência pura, como na Matemática, os critérios formam a Axiomática, ou seja, um conjunto de proposições aceitas como convenções e chamadas *postulados*. Todos sabemos que sobre os famosos postulados de Euclides foi edificado esse monumento que é a Geometria Euclidiana.

Em ciência aplicada o assunto também não é novo, pois suas origens remontam ao século passado, mas é atual, bastando atentar para os estudos de Griffith (1920) e para as modificações de Mc Clintock e Walsh (1963).

Seu estudo é encontrado nos livros de Resistência dos Materiais (como os de Baes e Timoshenko), nos de Concreto Armado (como o de Telêmaco), em quase todos os livros de Mecânica dos Solos e Mecânica das Rochas, em conferências, como a de Newmark (em 1960) e em artigos muito bons, como o de Gattelier, em 1972.

Apesar desses critérios se constituírem em especulações teóricas, não raro, muito discutíveis na prática, a sua importância é incontestável, pois a preocupação maior nos problemas de Engenharia é evitar a ruptura dos materiais, dentro do seu melhor aproveitamento. Sobre eles são edificadas muitas teorias da Ciência dos Materiais.

Critério de Mohr – Este critério supõe que a tensão de cisalhamento $\tau = \tau_r$, correspondente à ruptura do material ou ao início do seu comportamento inelástico, é função de uma combinação crítica de tensões normais e tangenciais. Assim, sobre um plano de ruptura, é expressa na forma:

$$\tau_r = f(\sigma)$$

Esta equação é graficamente representada pela *curva intrínseca de ruptura AB*, assim denominada por Caquot, Fig. 10-26, obtida traçando-se a envoltória dos círculos de Mohr correspondentes a pares de tensões principais, σ_1 e σ_3, causadoras da ruptura do material.

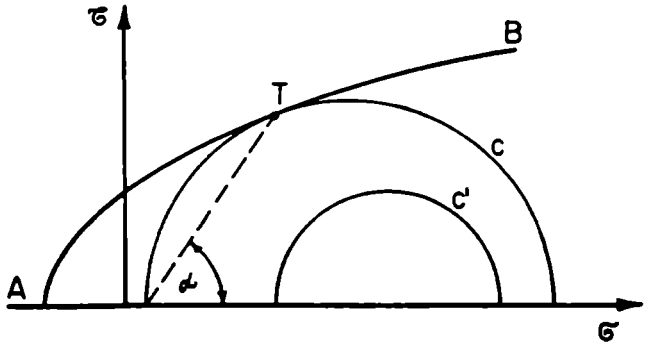


Fig. 10-26

Assim, para que um corpo *resista*, é suficiente que o círculo de Mohr (C') correspondente às tensões principais atuantes, fique no interior da curva intrínseca. Se o círculo (C) é tangente em T, à curva (AB), há possibilidade de ruptura do material, por deslizamento, ao longo do plano que forma um ângulo α com o plano principal maior pois, nesse caso, a *tensão* de cisalhamento atingiu a *resistência* ao cisalhamento do material ($\tau = \tau_r$).

A curva intrínseca (Fig. 10-27) separa, no diagrama de Mohr, duas zonas. Na interior, o equilíbrio é estável; na exterior (tracejada), ao contrário, o solo está em fase de ruptura. Cada solo tem a sua curva característica de resistência intrínseca.

Observamos, entretanto, que não existe ainda um critério científico ou experimental que forneça perfeita cobertura ao fenômeno físico da ruptura dos materiais, sejam eles solos, rochas, metais, concreto ou até os próprios ossos humanos, numa visão mais ampla.

Os resultados da aplicação de alguns dos critérios existentes apenas se avizinham mais deste ou daquele material, no comportamento físico e mecânico que apresentam os materiais na fase da ruptura. Os engenheiros os utilizam, embora conscientes de que a esses critérios falta o rigoroso balizamento da lógica e da certeza, características da solução de um cientista. Mas, é claro, as pesquisas se prolongam. Resultados novos virão e a distância entre as soluções do engenheiro e do cientista, no particular, se tornará menor.

Não há que ocultar, como afirma o Mestre Felippe dos Santos Reis, que o "critério" foi e é uma aventura do espírito humano.

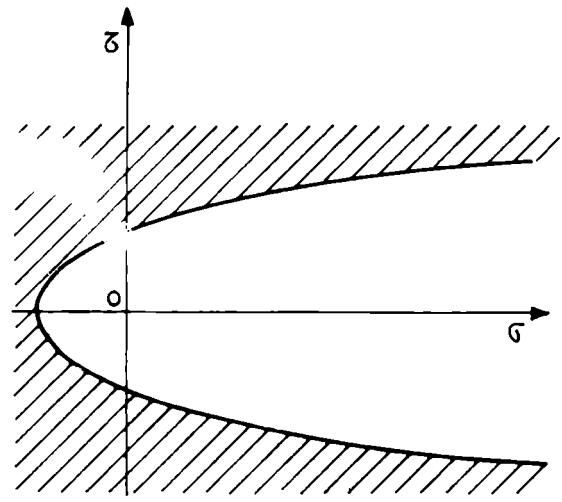


Fig. 10-27

Equação de Coulomb – A resistência ao cisalhamento de um solo é dada pela clássica *equação de Coulomb* *:

$$\tau = \tau_r = c + \sigma \, tg \, \varphi$$

onde:

$\tau =$ τ_r – resistência ao cisalhamento (que também se representa pela letra s)
σ – tensão normal ao plano de cisalhamento
c – coesão do solo
φ – ângulo de atrito interno do solo

A representação gráfica desta equação é uma reta, que assume as posições indicadas na Fig. 10-28, conforme os valores de c e φ.

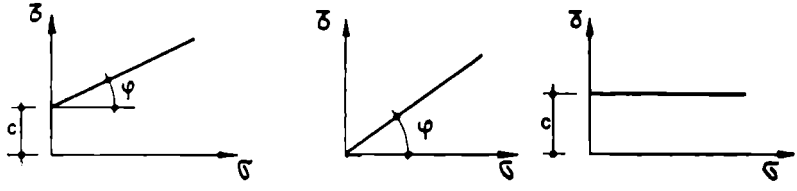


Fig. 10-28

* Mais adiante voltaremos a examinar esta equação. Afirma Hough (*Basic Soils Engineering*), tendo em vista os muitos fatores que afetam a resistência ao cisalhamento dos solos que: ***The simplicity of this expression is deceptive.***

Critério de Mohr-Coulomb – Este critério, assim denominado por muitos autores, é na realidade um caso particular do critério de Mohr, supondo-se na equação $\tau_r = f(\sigma)$ uma variação linear entre esses esforços.

Em Mecânica dos Solos, este é o critério tradicionalmente usado, assimilando-se a reta de Coulomb à envoltória de Mohr.

Segundo este critério haverá ruptura do maciço (de características c e φ, coesão e ângulo de atrito interno) quando em cada ponto P ao longo da superfície de ruptura (Fig. 10-29), a "tensão" de cisalhamento iguala a "resistência" ao cisalhamento, isto é, quando:

$$\tau = \tau_r = c + \sigma \operatorname{tg} \varphi.$$

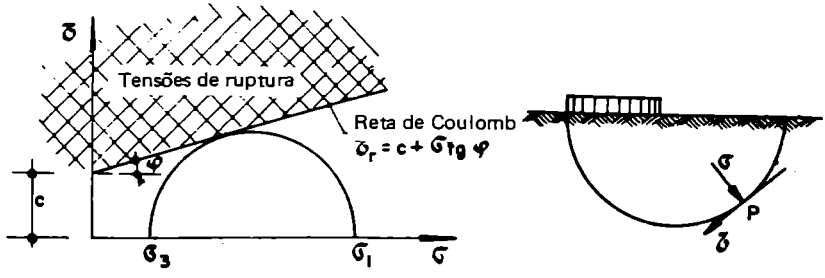


Fig. 10-29

Assim, se o círculo de Mohr correspondente ao estado de tensão em torno do ponto P, é tangente à reta de Coulomb, ele corresponde a um *estado de equilíbrio limite* ou *estado plástico.*

Condição analítica de ruptura – Reconsideremos a equação de Coulomb, representando-a graficamente pela reta NM, a qual (Fig. 10-30) tangencia o círculo de Mohr de centro C e caracterizador das condições de tensões em torno de um ponto P do maciço solicitado.

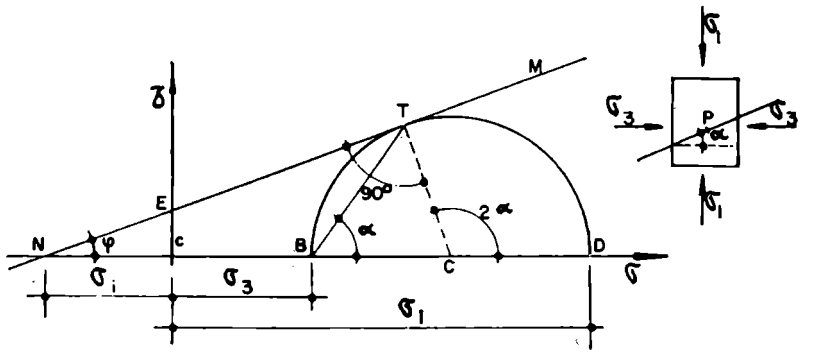


Fig. 10-30

Sendo T o ponto de tangência, isto indica, como sabemos, que no plano que forma o ângulo α com o plano principal maior, a *tensão* de cisalhamento atingiu a *resistência* ao cisalhamento. Nessas condições a ruptura do material está iminente no ponto P, e segundo o plano que forma o ângulo α.

Se esta condição de ruptura incipiente existe em todos os pontos da massa de solo, diz-se que ela está em um *estado de equilíbrio plástico*.

Do triângulo CTN, obtém-se:

$$2\alpha = 90^\circ + \varphi \quad \therefore \quad \alpha = 45^\circ + \frac{\varphi}{2}$$

donde se conclui que o plano de ruptura forma um ângulo $45^\circ + \frac{\varphi}{2}$ com o plano principal maior ou, então, $45^\circ - \frac{\varphi}{2}$ com o plano principal menor, uma vez que eles são perpendiculares entre si.

Da figura obtém-se ainda:

$$\overline{ND} = \overline{NC} + \overline{CD}$$

$$\overline{NB} = \overline{NC} - \overline{BC}$$

Notando que $\overline{BC} = \overline{CD} = \overline{CT}$, dividindo-se membro a membro, tem-se:

$$\frac{\overline{ND}}{\overline{NB}} = \frac{\overline{NC} + \overline{TC}}{\overline{NC} - \overline{CT}}$$

Dividindo ambos os termos da fração do segundo membro por NC, vem:

$$\frac{\overline{ND}}{\overline{NB}} = \frac{1 + \overline{CT}/\overline{NC}}{1 - \overline{CT}/\overline{NC}} = \frac{1 + \operatorname{sen}\varphi}{1 - \operatorname{sen}\varphi}$$

uma vez que:

$$\frac{\overline{CT}}{\overline{NC}} = \operatorname{sen}\varphi$$

Por outro lado e com os símbolos indicados na figura, escreve-se que:

$$\overline{ND} = \sigma_i + \sigma_1$$

$$\overline{NB} = \sigma_i + \sigma_3$$

Substituindo, vem:

$$\frac{\sigma_i + \sigma_1}{\sigma_i + \sigma_3} = \frac{1 + \operatorname{sen} \varphi}{1 - \operatorname{sen} \varphi}$$

Da Trigonometria* sabe-se que:

$$\frac{1 + \operatorname{sen} \varphi}{1 - \operatorname{sen} \varphi} = \operatorname{tg}^2 \left(45 + \frac{\varphi}{2}\right) = N_\varphi$$

tal como designa Terzaghi. Assim:

$$\frac{\sigma_i + \sigma_1}{\sigma_i + \sigma_3} = N_\varphi$$

ou:

$$\sigma_1 = \sigma_3 N_\varphi + \sigma_i (N_\varphi - 1)$$

Do triângulo *OEN*, tem-se:

$$\sigma_i = \frac{c}{\operatorname{tg} \varphi}$$

Substituindo:

$$\sigma_1 = \sigma_3 N_\varphi + c \frac{N_\varphi - 1}{\operatorname{tg} \varphi}$$

Como facilmente se demonstra:

$$\frac{N_\varphi - 1}{\operatorname{tg} \varphi} = 2 \sqrt{N_\varphi}$$

Finalmente:

$$\sigma_1 = \sigma_3 N_\varphi + 2 c \sqrt{N_\varphi}$$

que é a *equação de ruptura de Mohr*.

Esta equação também se escreve:

$$\frac{1}{4} (\sigma_x - \sigma_z)^2 + \tau^2_{xz} = \frac{\operatorname{sen}^2 \varphi}{4} (\sigma_x + \sigma_z + 2 c \cdot \operatorname{cotg} \varphi)^2$$

(*) Com efeito, dos triângulos abc e bcd obtém-se:

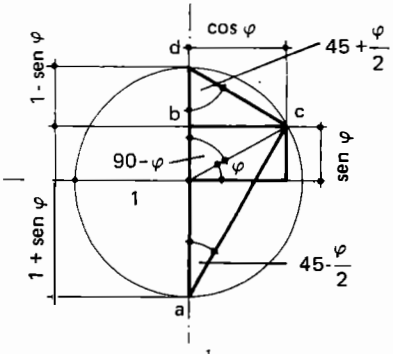
$$\operatorname{tg} (45 - \frac{\varphi}{2}) = \frac{\cos \varphi}{1 + \operatorname{sen} \varphi}$$

e

$$\operatorname{tg} (45 + \frac{\varphi}{2}) = \frac{\cos \varphi}{1 - \operatorname{sen} \varphi}$$

Daí:

$$\frac{\operatorname{tg} (45 + \frac{\varphi}{2})}{\operatorname{tg} (45 - \frac{\varphi}{2})} = \frac{1 + \operatorname{sen} \varphi}{1 - \operatorname{sen} \varphi}$$



Como $\operatorname{tg} (45 - \frac{\varphi}{2}) = \operatorname{cotg} [90 - (45 - \frac{\varphi}{2})] = \operatorname{cotg} (45 + \frac{\varphi}{2}) = \frac{1}{\operatorname{tg} (45 + \frac{\varphi}{2})}$ resulta finalmente:

$$\frac{1 + \operatorname{sen} \varphi}{1 - \operatorname{sen} \varphi} = \operatorname{tg}^2 (45 + \frac{\varphi}{2})$$

q.e.d. (*quod erat demonstrandum*).

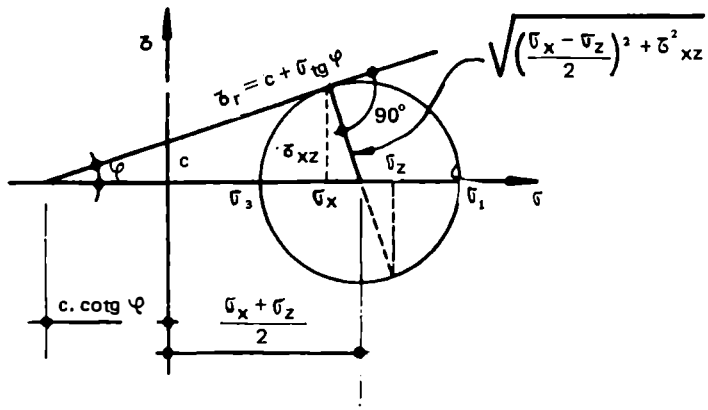


Fig. 10-31

Equações gerais do equilíbrio plástico – Assim, para a solução de um problema no estado de equilíbrio limite, as equações básicas escrevem-se:

$$\left\{\begin{array}{l} \dfrac{\partial \sigma_x}{\partial x} + \dfrac{\partial \tau_{xz}}{\partial z} = 0 \\ \dfrac{\partial \sigma_z}{\partial z} + \dfrac{\partial \tau_{xz}}{\partial x} - \gamma = 0 \\ \dfrac{\sigma_x + \sigma_z}{2} \operatorname{sen} \varphi - \left[\dfrac{1}{4}(\sigma_x - \sigma_z)^2 + \tau_{xz}^2\right]^{1/2} + c \cdot \cos \varphi = 0 \end{array}\right.$$

envolvendo três equações e três incógnitas, que permitem assim determinar σ_x, σ_z e τ_{xz}, conhecidas as condições de fronteira.

Vários autores abordaram teoricamente os problemas relativos ao equilíbrio plástico, segundo diferentes esquematizações e enfoques.

Um dos casos mais simples é o do *squeezed* ou da camada comprimida entre dois planos paralelos (Fig. 10-31*a*), estudado por Prandtl.

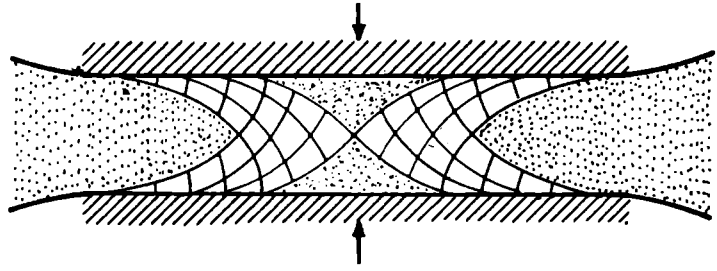


Fig. 10-31a

Baseado nesse trabalho, que é de grande interesse técnico, Jurgenson o aplicou ao estudo da ruptura de um aterro por deformação plástica da camada mole, quando esta é sobrejacente a uma camada de elevada resistência (Fig. 10-31*b*). Segundo Hencky, a tensão de cisalhamento que se produz no material mole é dada por:

$$\tau = p \frac{d}{b}$$

sendo p a pressão unitária no eixo do carregamento e b e d as dimensões indicadas na figura.

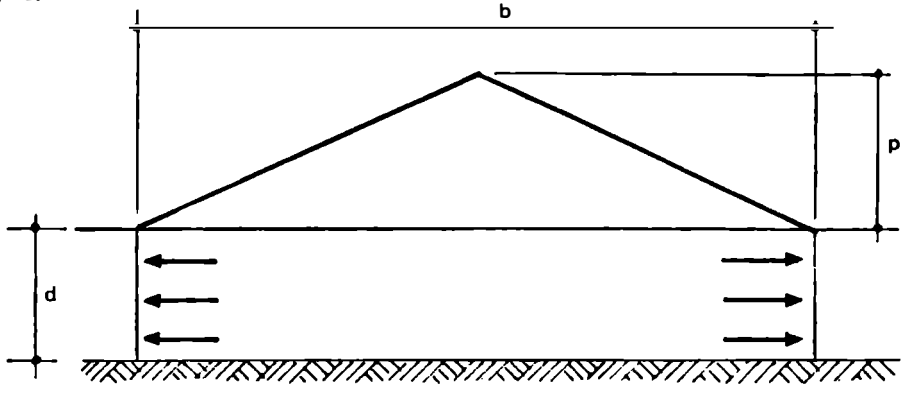


Fig. 10-31b

Teorema dos Estados Correspondentes – No estudo teórico do problema do equilíbrio dos maciços terrosos, reveste-se de grande importância o *teorema dos estados correspondentes*, enunciado em 1934 por Caquot*, em sua obra clássica *Équilibre des massifs à frottement interne.*

Segundo este teorema "um maciço coesivo pode ser considerado como a superposição de um maciço pulverulento de mesmo φ e de um sistema de tensão, idêntico a um sistema hidrostático, de intensidade $H = c \cdot \operatorname{cotg} \varphi$".

Sua demonstração é imediata, bastando dar uma translação de valor H ao eixo das ordenadas, no plano de Mohr (Fig. 10-32).

Analiticamente basta escrever que:

$$\tau_r = \underbrace{c + (\sigma - u) \operatorname{tg} \varphi}_{\text{solo coesivo}} = \left[\frac{c}{\operatorname{tg} \varphi} + (\sigma - u)\right] \operatorname{tg} \varphi = \underbrace{[H + (\sigma - u)] \operatorname{tg} \varphi}_{\text{solo não coesivo}}$$

Equações de Kötter e Sokolovski – Referir-nos-emos, a seguir, à equação de Kötter e às equações de Sokolovski, que constituem as bases das soluções teóricas de problemas ligados a fundações, taludes e muros de sustentação, como mostraremos no Vol. 2.

Equação de Kötter – Para a dedução da equação de Kötter acompanharemos Kézdi, em Erddrucktheorien (1962). Suposto o material não coesivo, em cada ponto ao longo

* *Albert Caquot*: 1881-1976. *Créateur et Précurseur* (1978), livro escrito pelo seu genro, Prof. Jean Kerisel.

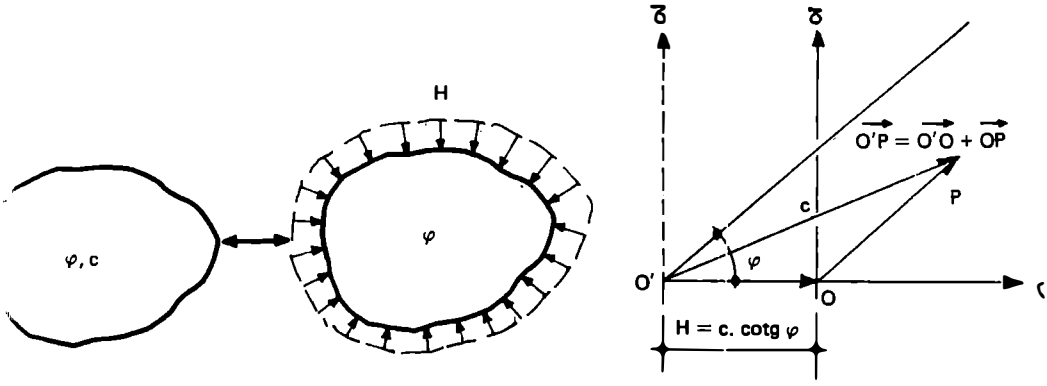


Fig. 10-32

de uma superfície qualquer de deslizamento, o estado de tensão deve satisfazer à condição de ruptura, dada por

$$\tau = \sigma \operatorname{tg} \varphi,$$

e às equações gerais de equilíbrio estabelecidas.

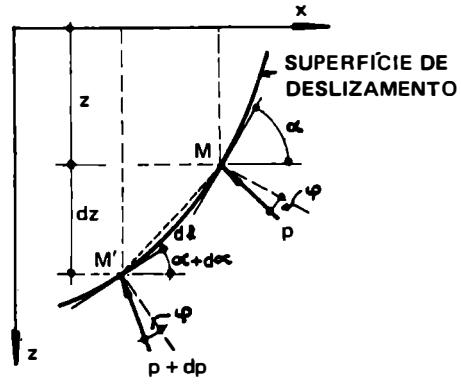


Fig. 10-33

A Fig. 10-33 mostra-nos, sobre uma linha qualquer de deslizamento, dois pontos M e M' infinitamente próximos ($\widehat{MM'} = dl$). Chamemos de p e $p + dp$ as resultantes das tensões em M e M', respectivamente. O acréscimo dp se decompõe em duas parcelas:

$$dp = dp_1 + dp_2,$$

com dp_1 decorrente da variação de α e dp_2 proveniente do aumento da pressão vertical γ_{dz}.

Para a determinação de cada um desses acréscimos, recorramos à representação de Mohr, como indicado nas Figs. 10-34 e 10-35.

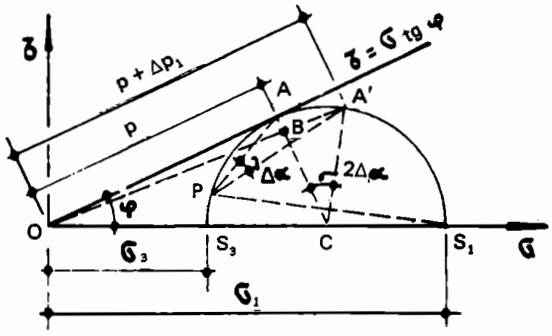


Fig. 10-34

Cálculo de dp_1. Na Fig. 10-34 o ponto A corresponde ao ponto M do maciço terroso. Conhecidas as tensões principais σ_1 e σ_3 no ponto M, o pólo P será determinado traçando-se por S_1 e S_3 paralelas às direções de σ_3 e σ_1.

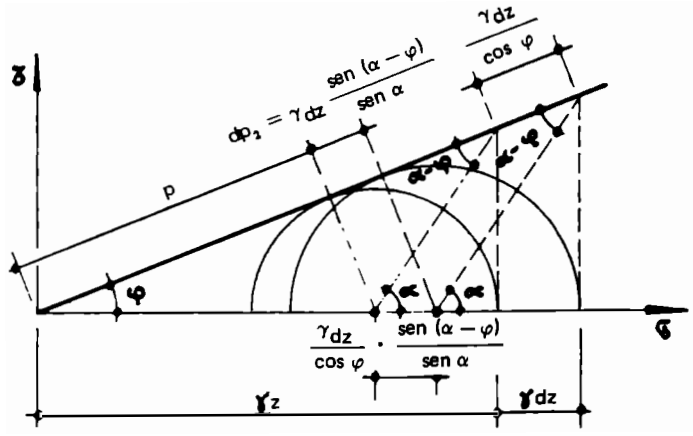


Fig. 10-35

Para uma variação $\Delta\alpha$ da inclinação da tangente à curva de deslizamento, o ponto A desloca-se para A' e a resultante da tensão acresce de Δp_1, passando a ser representada por OA'. Da figura obtém-se:

$$\widehat{ACA'} = 2\Delta\alpha$$

e

$$p + \Delta p_1 = \overline{OA'} = \overline{OB} + \overline{BA'} = p + \overline{CA'} \operatorname{sen} 2\Delta\alpha$$

ou

$$\Delta p_1 = \overline{CA'} \operatorname{sen} 2\Delta\alpha$$

ou ainda, uma vez que $CA' = CA = p \operatorname{tg}\varphi$:

$$\Delta p_1 = p \operatorname{tg}\varphi \operatorname{sen} 2\Delta\alpha = p \operatorname{tg}\varphi \cdot 2\Delta\alpha.$$

No limite, com $\Delta\alpha \to d\alpha$:

$$dp_1 = 2p \operatorname{tg}\varphi \cdot d\alpha.$$

Cálculo de dp_2. O acréscimo da pressão vertical, de valor γdz, quando se passa de M para M', acarreta um deslocamento, para direita, do círculo de Mohr, conservando-se tangente à reta de Coulomb.

Da Fig. 10-35 obtém-se, então, como indicado:

$$dp_2 = \gamma dz \frac{\operatorname{sen}(\alpha - \varphi)}{\operatorname{sen}\alpha}.$$

Como, por outro lado, assimilando-se o arco dl com a corda:

$$dl = \frac{dz}{\operatorname{sen}\alpha}$$

vem:

$$dp_2 = \gamma dl \cdot \operatorname{sen}(\alpha - \varphi).$$

Valor de dp. Tem-se, assim:

$$dp = 2p \operatorname{tg}\varphi \cdot d\alpha + \gamma dl \operatorname{sen}(\alpha - \varphi)$$

que é a equação do Prof. Fritz Kötter, estabelecida em 1888. Estudos semelhantes foram procedidos por Massau (1904) e Ravize (1944).

Equações de Sokolovski – Como vimos anteriormente, em um meio coesivo de ângulo de atrito interno φ e coesão c, as equações clássicas do equilíbrio plástico escrevem-se:

$$\left\{\begin{array}{l} \left.\begin{array}{l} \dfrac{\partial\sigma_x}{\partial x} + \dfrac{\partial\tau_{xz}}{\partial z} = X \\ \dfrac{\partial\sigma_z}{\partial z} + \dfrac{\partial\tau_{xz}}{\partial x} = Z \end{array}\right\} \\ \dfrac{\sigma_x + \sigma_z}{2} \operatorname{sen}\varphi - \left[\dfrac{1}{4}(\sigma_x - \sigma_z)^2 + \tau_{xz}^2\right]^{1/2} + c \cdot \cos\varphi = 0 \end{array}\right.$$

as quais envolvem três equações com três incógnitas σ_x, σ_z e τ_{xz} de duas variáveis x e z. Os termos X e Z são as componentes das forças de massa por unidade de volume.

Fazendo-se:

$$\xi = \chi + \psi$$
$$\eta = \chi - \psi$$

com ψ a inclinação do eixo principal maior com o eixo dos x e

$$\chi = \frac{\cotg \varphi}{2} \ln \frac{\sigma_a}{c}$$

sendo

$$\sigma_a = \frac{\sigma_1 + \sigma_3}{2} + c \cotg \varphi$$

obtém-se, após algumas transformações (veja-se Costet e Sanglerat – *Cours pratique de mécanique des sols*):

$$\frac{\partial \xi}{\partial x} + \tg (\psi + \beta) \frac{\partial \xi}{\partial z} = - \frac{X \sen (\psi \pm \beta) - Z \cos (\psi \pm \beta)}{(\sigma_1 + \sigma_3 + 2 c \cotg \varphi) \sen \varphi \cos (\psi \pm \beta)}$$

$$\frac{\partial \eta}{\partial x} + \tg (\psi - \beta) \frac{\partial \eta}{\partial z} = \frac{X \sen (\psi \pm \beta) - Z \cos (\psi \pm \beta)}{(\sigma_1 + \sigma_3 + 2 c \cotg \varphi) \sen \varphi \cos (\psi \pm \beta)}$$

com

$$\beta = 45 - \frac{\varphi}{2}.$$

Estas são as equações gerais estabelecidas por Sokolovski, e que substituem as equações clássicas de equilíbrio. A resolução dessas equações conquanto exija cálculos numéricos laboriosos, tornando indispensável o emprego de um computador eletrônico, simplifica bastante a análise dos problemas de estabilidade.

Vimos, assim, que a *equação de Kötter* nos dá a conhecer a distribuição das tensões ao longo de uma curva de deslizamento, enquanto as *equações de Sokolovski*, também para o estado de equilíbrio plano, permitem estabelecer uma relação funcional entre os carregamentos e as características do solo.

Teoremas de Colapso Plástico – Na teoria da plasticidade, uma importante formulação é a chamada *análise-limite*, devida a Drucker, Greenberg e Prager (1952). Ela se resume em dois *teoremas fundamentais.*

Sinteticamente, pode-se dizer que o *Teorema 1* (*teorema estático*) se propõe a determinar uma "solução-limite inferior", ou seja, um valor-limite (L_i) do sistema de cargas, tal que para valores menores que L_i o sistema é estável. O *Teorema 2* (*teorema cinemático*), ao contrário, se destina a conhecer uma "solução-limite superior", ou seja, um valor-limite (L_s) do sistema de cargas, tal que para valores maiores que L_s se produz o colapso plástico.

Nessas condições, a *carga real* (L_o) deverá estar entre esses limites:

$$L_i < L_o < L_s.$$

Tais teoremas partem do pressuposto de que a forma e a posição da figura de ruptura crítica sejam *estática e cinematicamente admissíveis.*

Um *exemplo* simples e ilustrativo da aplicação desses teoremas é a determinação da capacidade de carga (p_r) de um solo puramente coesivo (Fig. 10-36).

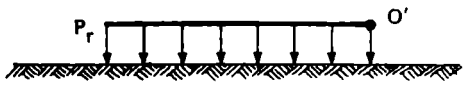


Fig. 10-36

Fig. 10-37 – Wolmar Fellenius (Sueco: 1876-1951)

Com efeito, pode-se demonstrar que a solução de Bell conduz a um valor $L_i = 4c$ e que a aplicação do Método Sueco, com o centro do círculo crítico em O' (segundo Fellenius, Fig. 10-37), nos dá $L_s = 5{,}5c$. Daí resulta que:

$$4c \leq p_r \leq 5{,}5c$$

ou seja, o valor real da carga deverá estar compreendido nesse intervalo teórico.

Elementos finitos – Nos últimos quinze anos, com a utilização freqüente do Cálculo Matricial e dos computadores eletrônicos, desenvolveu-se o chamado *método dos elementos finitos* ou *elementos discretos*, de promissor emprego, também em Mecânica dos Solos, nos estudos de estabilidade de maciços terrosos e escoamento de água.

10-7 Reologia

Chamam-se *equações constitutivas* dos diferentes meios – "traço-de-união" entre os tensores tensão e deformação – as equações que exprimem, sob o ponto de vista macroscópico, o comportamento do meio em estudo. Assim é que o comportamento reológico de um meio pode ser definido por uma equação fundamental do tipo:

$$R\ (\sigma, \epsilon, t) = 0.$$

Para melhor visualizar as propriedades reológicas dos materiais reais e simplificar o seu estudo, utilizam-se modelos mecânicos simples, chamados *modelos reológicos* (Fig. 10-38).

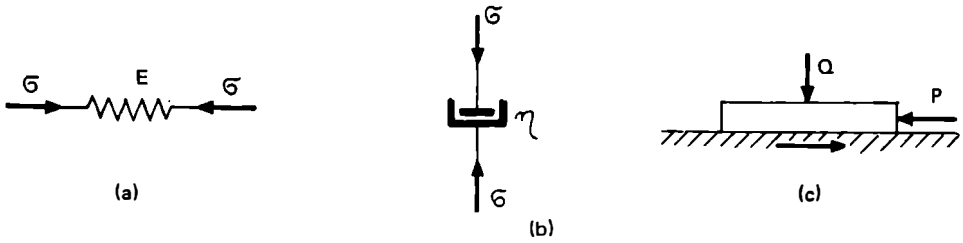


Fig. 10-38

A *mola*, Fig. 10-38*a*, é o símbolo da Lei de Hooke; representa, pois, os corpos dotados de elasticidade linear. A Fig. 10-38*b*, ou seja, o *amortecedor* (cilindro contendo um líquido viscoso e com um êmbolo perfurado) refere-se aos corpos perfeitamente viscosos. A Fig. 10-38*c* representa o *atrito sólido*; o peso Q não se deslocará enquanto P não ultrapassar fQ, sendo f o coeficiente de atrito entre o corpo e o suporte horizontal rugoso. Corresponde aos corpos rígido-plásticos.

Como o comportamento tensão-deformação dos materiais, em geral, é bastante complexo, não se enquadrando nesses modelos elementares, para uma razoável e simples formulação matemática do comportamento dos materiais, bem como de certos fenômenos e problemas, há que associar esses três modelos fundamentais, daí resultando os *modelos compostos*. A associação é feita em *série* ou em *paralelo*, observando-se que no primeiro caso são adicionadas as *deformações* e, no segundo, as *tensões*.

Os casos mais típicos são os chamados modelos de Saint-Venant, Maxwell e Kelvin (ou Voigt), nomes dos cientistas que os investigaram. O primeiro refere-se aos meios elasto-plásticos e os dois outros aos meios visco-elásticos.

Modelo de Saint-Venant – A combinação em série do atrito sólido e da mola, como ilustrado na Fig. 10-39, representa os materiais elasto-plásticos, com σ_e como tensão de escoamento.

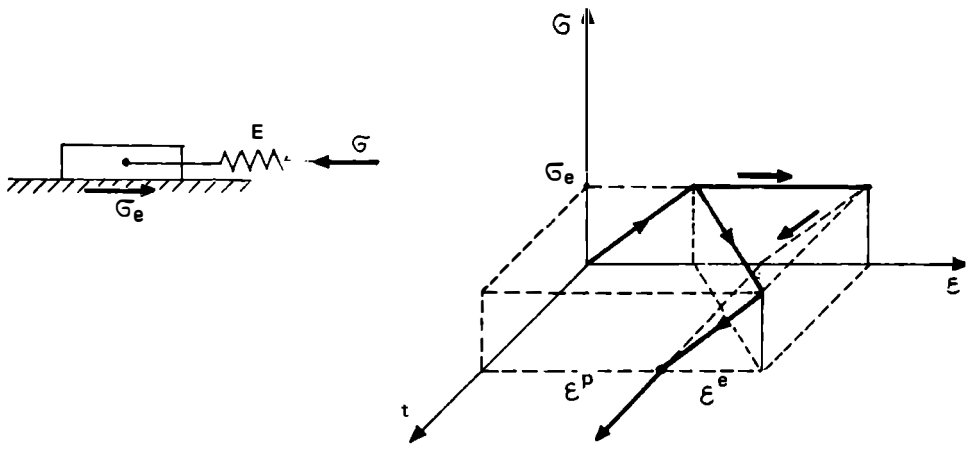


Fig. 10-39

Pelo diagrama t-ϵ-σ, verifica-se que até σ_e se tem uma deformação elástica (mola) e que para $\sigma = \sigma_e$ se produz o escoamento (com o deslizamento das superfícies em contato). Se descarregarmos, uma parte de ϵ será recuperável (a correspondente à deformação da mola), permanecendo uma outra parte (decorrente da irreversibilidade do deslizamento das superfícies).

Modelo de Maxwell – Este modelo (Fig. 10-40) obedece à relação:

$$\epsilon = \epsilon^e + \epsilon^v$$

ou:

$$\frac{d\epsilon}{dt} = \frac{d\epsilon^e}{dt} + \frac{d\epsilon^v}{dt} = \frac{1}{E} \cdot \frac{d\sigma}{dt} + \frac{\sigma}{\eta}$$

Se a tensão σ for constante $\left(\frac{d\sigma}{dt} = 0\right)$, o meio escoará como fluido viscoso.

Sob um carregamento rápido $\sigma = \sigma_0$, o meio imediatamente se deforma, devido à componente elástica, mas, se a tensão é suprimida, a porcentagem de deformação também se reduz, permanecendo, porém, uma certa deformação no meio (decorrente do efeito viscoso).

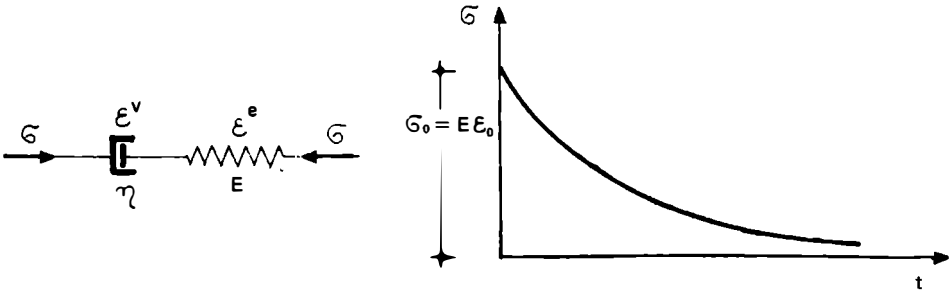


Fig. 10-40

Supondo que no tempo $t = 0$ o meio esteja sujeito a uma tensão σ_0, a deformação inicial será $\epsilon_0 = \frac{\sigma_0}{E}$. Para essa deformação constante $\epsilon = \epsilon_0$ e, portanto, $\frac{d\epsilon}{dt} = 0$, obtém-se:

$$\frac{\sigma}{\eta} + \frac{1}{E} \cdot \frac{d\sigma}{dt} = 0$$

que, integrando, nos dá:

$$\sigma = \sigma_0 \cdot e^{-Et/\eta}$$

ou:

$$\sigma = \sigma_0 \cdot e^{-t/t_0}$$

o que mostra a variação exponencial do processo de relaxação da tensão, decorrente do fluxo viscoso que se produz no corpo; $t_0 = \frac{\eta}{E}$ é o chamado *tempo de relaxação*.

Esse esquema explica, por exemplo, o lento movimento de massas argilosas saturadas e a variação do módulo de elasticidade do concreto, com o tempo de aplicação da carga.

Modelo de Kelvin – A equação do modelo de Kelvin ou Voigt (Fig. 10-41) escreve-se:

$$\sigma = \sigma^e + \sigma^v$$

ou:

$$\sigma = E\epsilon + \eta \frac{d\epsilon}{dt}$$

ou ainda:

$$\frac{d\epsilon}{dt} + \frac{E}{\eta}\epsilon = \frac{\sigma}{\eta}$$

Observemos que um meio viscoso no repouso $\left(\frac{d\epsilon}{dt} = 0\right)$ se torna um meio elástico.

Se o meio está sujeito a uma tensão constante $\sigma = \sigma_0$ para $t \geqslant 0$, a equação anterior, integrada, fornece:

$$\epsilon = \frac{\sigma_0}{E}\left(1 - e^{-\frac{Et}{\eta}}\right) = \epsilon_0\left(1 - e^{-\frac{Et}{\eta}}\right)$$

a qual exprime a lei deformação-tempo, indicada na Fig. 10-41, isto é, a deformação cresce tendendo para o valor $\frac{\sigma_0}{E}$. Essa deformação, que se produziria instantaneamente na ausência do elemento viscoso, agora é alcançada assintoticamente.

Se, atingida a deformação ϵ_0, a tensão é suprimida ($\sigma = 0$), obtém-se:

$$0 = E\,\epsilon_0 + \eta \frac{d\epsilon}{dt}$$

onde, integrando:

$$\epsilon = \epsilon_0 \cdot e^{-\frac{Et}{\eta}}$$

por onde se verifica que a deformação diminui assintoticamente, até anular-se, com maior ou menor lentidão, em função dos valores relativos de E e η; quando $t \to \infty$, resulta $\epsilon \to 0$.

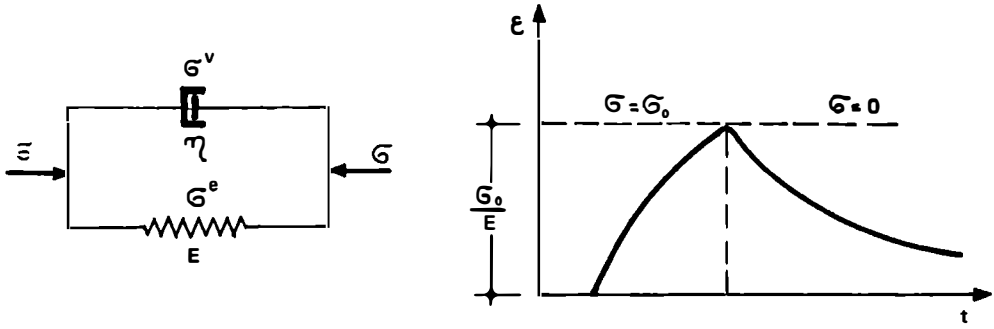


Fig. 10-41

Um comportamento semelhante ao desse modelo é o que se observa nos materiais betuminosos. Ainda nos solos argilosos é desse tipo a variação encontrada experimentalmente para a deformação em função do tempo.

A diferença fundamental entre esses dois modelos é que, no primeiro, o elemento viscoso representa uma deformação que se soma à deformação elástica, enquanto que, no modelo de Kelvin, o elemento representa uma resistência amortecedora ao estabelecimento do equilíbrio elástico.

Outros modelos foram imaginados para descrever comportamentos mais complexos de materiais reais. Assim é que a combinação de elementos plásticos e viscosos se refere a meios visco-plásticos e a dos três tipos (elásticos, plásticos e viscosos), a meios visco-elasto-plásticos.

Problemas

1) Um corpo de prova cilíndrico de um material elástico, sujeito aos esforços $\sigma_x = \sigma_y$ e σ_z, sofre as deformações $\epsilon_x = \epsilon_y$ e ϵ_z. Obter as expressões de E e μ.

Resp.: $E = \dfrac{(\sigma_z + 2\,\sigma_x)(\sigma_z - \sigma_x)}{\sigma_x(\epsilon_z - 2\,\epsilon_x) + \sigma_z\,\epsilon_z}$; $\mu = \dfrac{\sigma_x\,\epsilon_z - \sigma_z\,\epsilon_x}{\sigma_x(\epsilon_z - 2\,\epsilon_x) + \sigma_z\,\epsilon_z}$

2) Determinar os valores das constantes de Lamé para uma rocha com módulo de elasticidade 200.000 kg/cm² e coeficiente de Poisson 0,25.

Resp.: 80.000 kg/cm².

Resistência ao Cisalhamento dos Solos

Capítulo 11

11-1 Atrito Interno e Coesão

A propriedade dos solos em suportar cargas e conservar sua estabilidade, depende da *resistência ao cisalhamento do solo*; toda massa de solo se rompe quando esta resistência é excedida.

Leonards define a resistência ao cisalhamento como a *tensão de cisalhamento sobre o plano de ruptura, na ruptura.*

Das características de resistência ao cisalhamento dependem importantes problemas de engenharia de solos e fundações. A estabilidade de taludes (aterros, cortes e barragens), empuxos de terra sobre paredes de contenção e túneis, capacidade de carga de sapatas e estacas, são problemas a serem examinados no Vol. 2.

A correta determinação da *resistência ao cisalhamento dos solos* * é um dos problemas mais complexos da Mecânica dos Solos.

O assunto é controvertido e, por isso, ainda em fase de estudos e pesquisas, como se verifica pelos trabalhos que freqüentemente são publicados, visando esclarecer um ou outro aspecto da questão, até que, no futuro, se apresente definitivamente resolvido teórica e praticamente.

No que se segue, abordaremos sumariamente seus aspectos fundamentais.

---

* Diz Haefeli, que:

Entre les trois propriétés principales, la compressibilité, la perméabilité et la résistance au cisaillement, la dernière est sans doute la plus difficile à déterminer expérimentalement. Alors que les deux premières propriétés sont indépendantes de la troisième, il faut remarquer que la résistance au cisaillement dépend non seulement de la perméabilité, mais aussi de la compressibilité du sol.

Segundo a equação de Coulomb: $\tau_r = c + \sigma \operatorname{tg} \varphi$, a resistência ao cisalhamento de um solo se compõe, basicamente, de duas componentes: a "coesão" e o "atrito" entre as partículas.

Sob a denominação genérica de *atrito interno* de um solo, inclui-se não só o "atrito físico" entre suas partículas, como o "atrito fictício" proveniente do entrosamento de suas partículas; nos solos não existe uma superfície nítida de contato, ao contrário, há uma infinidade de contatos pontuais.

Quanto à *coesão*, distingue-se a "coesão aparente" e a "coesão verdadeira". A primeira, resultante da pressão capilar da água contida nos solos, e que age como se fosse uma pressão externa (Cap. 7). A segunda, é devida às forças eletroquímicas de atração das partículas de argila; ela depende de vários fatores e seu estudo levar-nos-ia à física dos solos e à química coloidal.

Levando em conta que somente as pressões efetivas mobilizam resistência ao cisalhamento, a equação de Coulomb passa a se escrever:

$$\tau_r = c + (\sigma - u) \operatorname{tg} \varphi$$

que é a sua *forma modificada*, com u a pressão neutra na água.

O valor de u depende não só das condições de carregamento, como da velocidade de sua aplicação, como veremos.

Posterior e valiosa contribuição científica é a de Hvorslev, segundo a qual a coesão das argilas saturadas é função do seu teor de umidade h. Assim:

$$\tau_r = f(h) + (\sigma - u) \operatorname{tg} \varphi$$

Face ao exposto, é de se observar que os parâmetros c e φ de um solo, não são "constantes" de um material, como admitia a equação de Coulomb em sua forma clássica.

Na determinação experimental da resistência ao cisalhamento dos solos, há, pois, em cada caso, que se reproduzir, tanto quanto possível, as condições a que ele ficará submetido na prática, pela obra que se esteja estudando.

A equação de Coulomb pode igualmente se escrever

$$\tau_r = c + \sigma \left(1 - \frac{u}{\sigma}\right) \operatorname{tg} \varphi$$

ou

$$\tau_r = c + \sigma \operatorname{tg} \varphi_u \quad \text{com} \quad \operatorname{tg} \varphi_u = \left(1 - \frac{u}{\sigma}\right) \operatorname{tg} \varphi$$

onde φ_u é o ângulo de atrito interno aparente.

Em um solo saturado e pouco permeável $u = \sigma$, donde $\varphi_u = 0°$. Quando u é totalmente dissipada: $u = 0$, donde $\varphi_u = \varphi$, com φ o ângulo de atrito interno verdadeiro ou efetivo.

11-2 Tipos de Ensaios de Cisalhamento

A resistência ao cisalhamento de um solo é, usualmente, determinada no laboratório por um dos seguintes ensaios:

cisalhamento direto
compressão triaxial
compressão simples

As amostras utilizadas para esse fim, ou são indeformadas, ou então, se deformadas deverão reproduzir as condições que se pretende alcançar na obra.

As primeiras medidas da resistência ao cisalhamento das argilas, datam de 183[illegible] com Collin.

Ensaio de cisalhamento direto — Consiste em determinar sob uma tensão normal [illegible] qual a tensão de cisalhamento $\tau = \tau_r$ capaz de provocar a ruptura de uma amostra de solo colocada dentro de uma caixa composta de duas partes deslocáveis entre si (Fig. 11-[illegible]

Duas pedras porosas, uma superior e outra inferior, permitirão a drenagem da amostra, quando esta for a técnica de ensaio usada. O ensaio pode ser executado sob "tensão controlada" ou sob "deformação controlada".

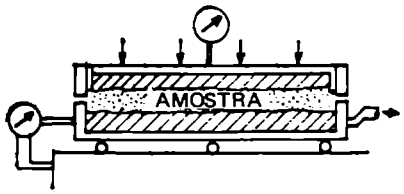


Fig. 11-1

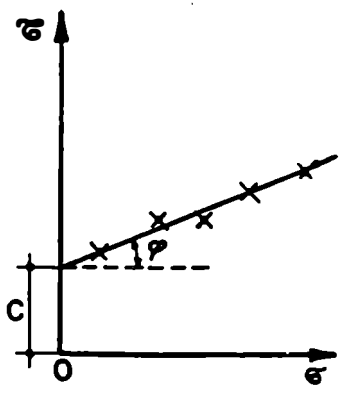


Fig. 11-2

Repetindo-se o ensaio para outras amostras, obtém-se um conjunto de pares de valores (σ, τ), que marcados em um sistema cartesiano $\sigma O \tau$, Fig. 11-2, permitem determinar φ e c.

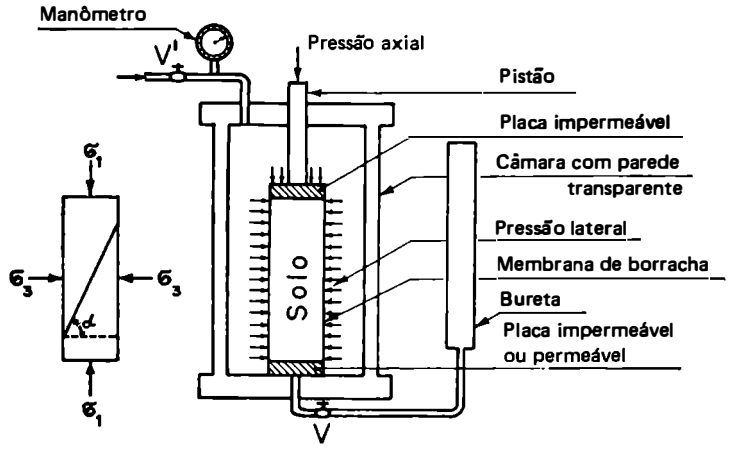


Fig. 11-3

Ensaio de compressão triaxial – Este ensaio é teoricamente mais perfeito que o de cisalhamento direto e, atualmente, o mais usado.

Os ensaios triaxiais são realizados em aparelhos, como esquematizados na Fig. 11-3, constituídos por uma câmara cilíndrica, de parede transparente, no interior da qual se coloca a amostra, envolvida por uma membrana de borracha muito delgada. A base superior do cilindro é atravessada por um pistão, que por intermédio de uma placa rígida, aplica uma pressão à amostra. A câmara cilíndrica é cheia com um líquido, geralmente água, que se pode submeter a uma pressão σ_3, que evidentemente atua também sobre a base da amostra.

A tensão causada pela carga axial, diferença entre as tensões principais σ_1 e σ_3, é comumente chamada *deviator stress* ($\sigma_1 - \sigma_3$). Há autores (como N. J. Newmark) que discordam do termo "desvio" (*deviator*), preferindo "diferença de pressões principais".

Determinando-se pares de tensões (σ_1, σ_3) correspondentes à ruptura das diversas amostras ensaiadas, traçam-se os respectivos círculos de Mohr. Em seguida, assimilando-se a envoltória desses círculos à reta de Coulomb, obtêm-se os valores de φ e c (Fig. 11-4).

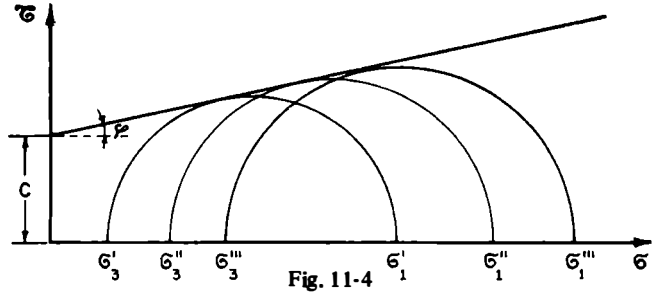


Fig. 11-4

Para a aplicação de três tensões principais distintas ($\sigma_1 \neq \sigma_2 \neq \sigma_3$), usa-se o aparelho idealizado por Hambly (1969), em que a amostra de solo, prismática, fica confinada por seis placas rígidas (Fig. 11-4*a*).

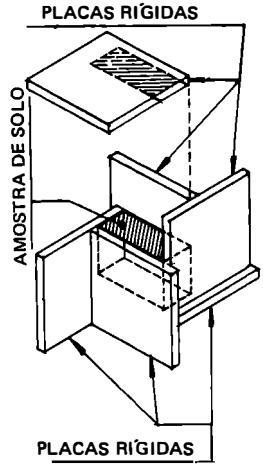


Fig. 11-4a

Ensaio de compressão simples – Trata-se de um caso especial de compressão triaxial, com $\sigma_3 = 0$. Como indicado esquematicamente na Fig. 11-5, a amostra cilíndrica é colocada entre dois pratos de uma prensa. Toma-se, em geral, para altura h um valor igual a duas ou três vezes o diâmetro D. A carga é aplicada progressivamente, sendo a curva tensão-deformação traçada, diretamente, por um dispositivo adaptado ao aparelho utilizado para esse ensaio (Fig. 11-6).

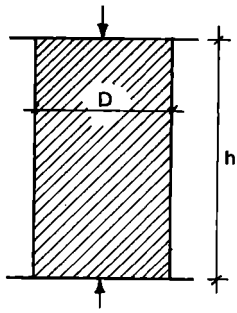


Fig. 11-5

Em função da resistência à compressão R ($\sigma_1 = R$), o valor da coesão de um solo puramente coesivo é igual à sua metade ($c = R/2$), resultado particularmente expressivo e que se obtém do diagrama de Mohr (Fig. 11-7).

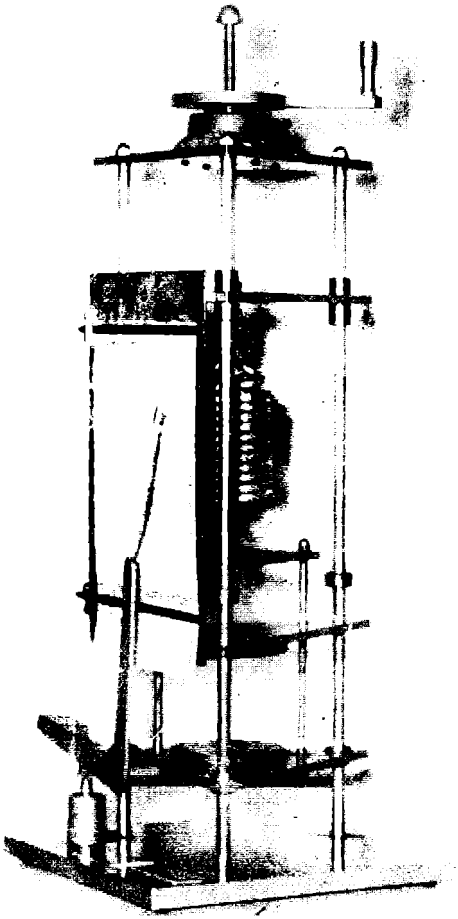


Fig. 11-6

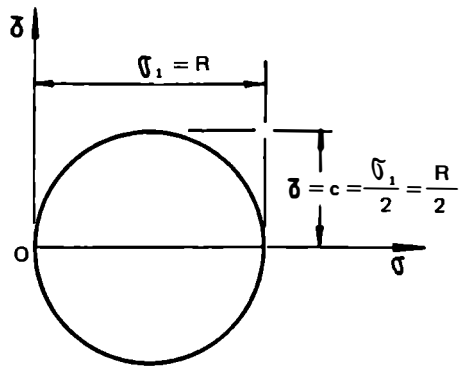


Fig. 11-7

11-3 Classificação dos Ensaios de Cisalhamento

Tendo em vista procurar reproduzir as diferentes condições de solicitação existentes nos maciços que se encontram na prática, os ensaios de cisalhamento classificam-se em três grupos:

- ensaio lento ou com drenagem
- ensaio rápido ou sem drenagem
- ensaio rápido com pré-adensamento

Nos *ensaios lentos* ou *com drenagem* – representados pelo símbolo *S* (de "slow") ou *CD* (de "consolidated-drained") – ambas as tensões, σ_3 e σ_1, são aplicadas lentamente e com a válvula *V* (Fig. 11-3) aberta, de modo que a pressão neutra seja constantemente desprezível. A água é expulsa através da placa porosa, de onde então é levada para o exterior. O controle da variação da pressão neutra é feito por intermédio da bureta existente no aparelho.

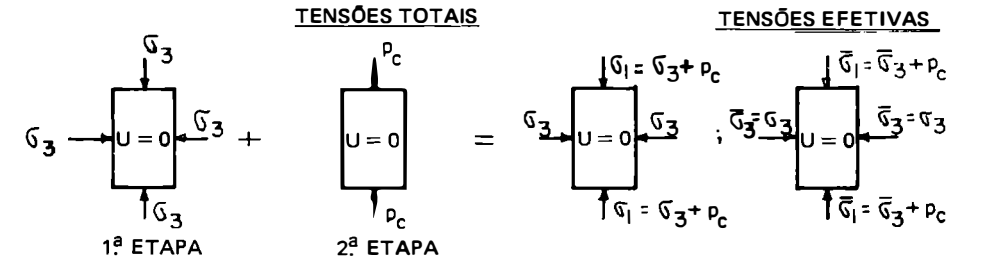
Nos *ensaios rápidos* ou *sem drenagem* – indicados por *Q* (de "quick") ou *UU* (de "unconsolidated undrained") – as tensões σ_3 e σ_1 são aplicadas rapidamente e com a válvula *V* fechada, de modo a impossibilitar a saída da água intersticial da amostra. Nesse caso a amostra é apoiada sobre uma placa impermeável.

Finalmente, nos *ensaios pré-adensados* – simbolizados por *R* (de "rapid") ou *CU* (de "consolidated undrained") – a pressão σ_3 é aplicada lentamente, como no primeiro caso e a pressão σ_1, rapidamente, tal como no segundo caso; é uma variante dos ensaios precedentes.

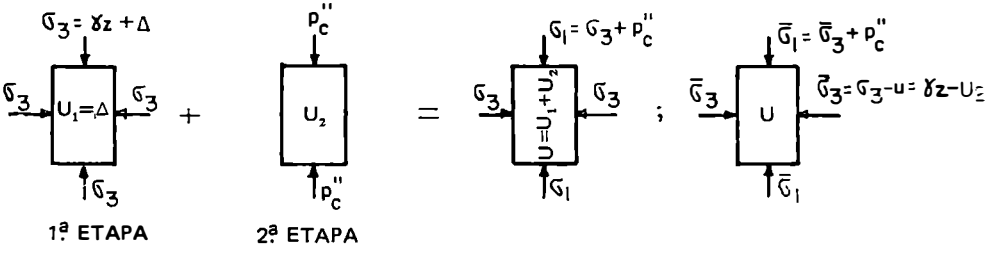
As notações para ϕ e *c* variam de autor para autor.

Os índices *c*, *d* e *u* que são usuais, provêm das iniciais das palavras inglesas *consolidatet*, *drained* e *undrained*. Os índices "linha", quando afetam *c* e ϕ, denotam que esses parâmetros se referem a tensões efetivas.

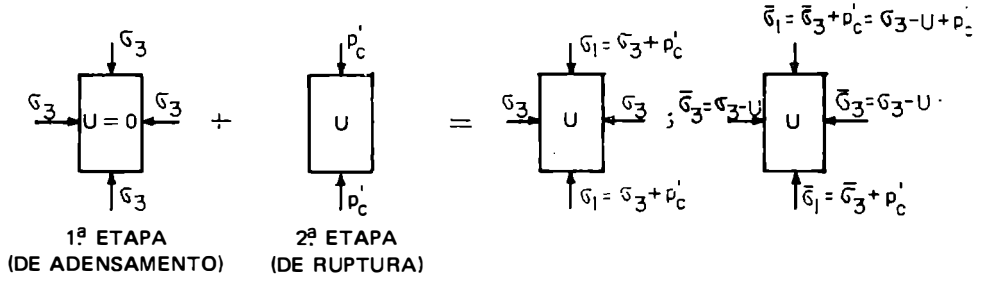
A Fig. 11-7*a* visualiza, esquematicamente, as etapas finais de distribuição das tensões totais e efetivas, em cada um dos tipos de ensaio no aparelho triaxial (veja-se J. Badillo e A. Rico Rodriguez – *Mecânica de Suelos* – Tomo I-1975).



(a) ENSAIO LENTO



(b) ENSAIO RÁPIDO

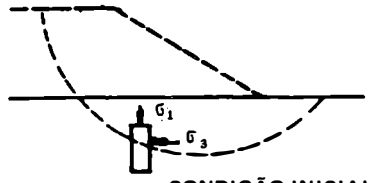


(c) ENSAIO RÁPIDO PRÉ-ADENSADO

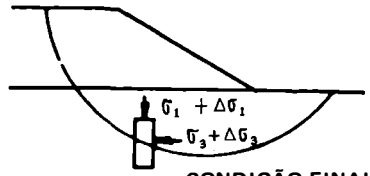
Fig. 11-7a

No ensaio rápido, supõe-se que o solo estava consolidado a uma pressão γz mais um certo valor arbitrário Δ; daí $u_1 = \Delta$ na primeira etapa.

Em qualquer um desses ensaios de compressão triaxial, as tensões principais podem crescer ou decrescer durante o cisalhamento, como acontece, respectivamente, no caso de um aterro (Fig. 11-7*b*) ou de um corte (Fig. 11-7*c*).

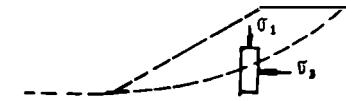


CONDIÇÃO INICIAL



CONDIÇÃO FINAL

Fig. 11-7b



CONDIÇÃO INICIAL

CONDIÇÃO FINAL

Fig. 11-7c

Observação — Evidentemente, os valores de c e φ, assim determinados, serão diferentes para cada um dos tipos de ensaio, razão porque, mais uma vez o dizemos, tais valores não podem ser considerados *constantes* características de um solo.

Do livro de Taylor: *Fundamentals of Soil Mechanics* (obra básica sobre a matéria), transcrevemos as seguintes palavras: "É de especial importância compreender que c e φ não são parâmetros constantes do solo e, sim, coeficientes empíricos que podem variar em largos intervalos para um solo dado, conforme as várias possíveis condições de pré-compressão, drenagem e outras variáveis.

Quando os coeficientes c e φ, para um dado caso, forem determinados por uma organização profissional e forem comunicados a outra organização, para serem usados em cálculo de estabilidade, será absolutamente indispensável que toda informação pertinente ao caso seja fornecida junto com os coeficientes".

11-4 Resistência ao Cisalhamento das Areias

Para as areias podemos escrever simplesmente $\tau_r = (\sigma - u)\ \mathrm{tg}\ \varphi$.

Dentre os fatores que influem no valor de φ, destacam-se a compacidade, a forma das partículas e a granulometria. Para a maioria das areias o valor de φ acha-se entre 25° e 35°.

Para os solos granulares, a experiência mostra que:

$$\epsilon \cdot \mathrm{tg}\ \phi = \mathrm{Cte.} = 0{,}45 \text{ a } 0{,}55$$

Quando se submete uma amostra de areia ao ensaio de cisalhamento, verifica-se que, dependendo do seu grau de compacidade, ela aumenta ou diminui de volume, antes de atingir a ruptura. As areias densas aumentam e as fofas diminuem, conforme indicado na Fig. 11-8. O limite entre os dois estados de compacidade, para o qual não se dará nem expansão e nem contração do material, é definido por um certo índice de vazios, denominado, por Casagrande, *índice de vazios crítico*. O seu conhecimento é importante no estudo de alguns problemas de estabilidade de maciços arenosos.

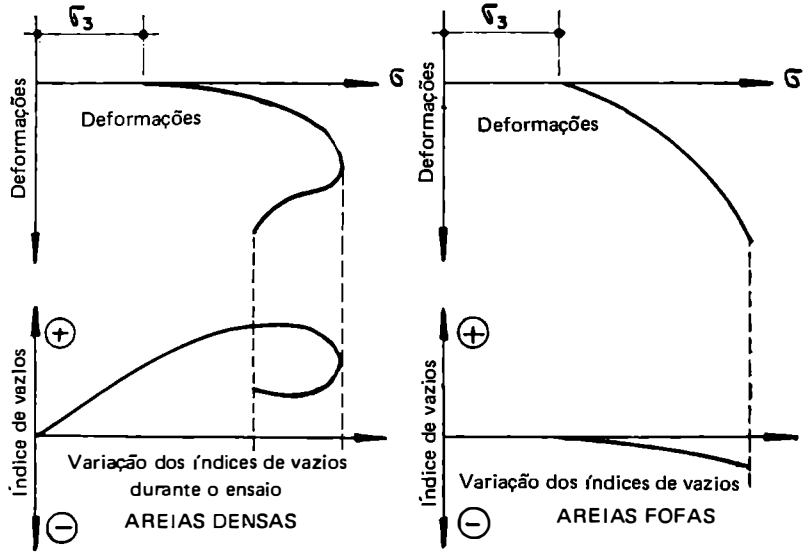


Fig. 11-8

Um outro fenômeno a considerar, que ocorre durante o cisalhamento das areias fofas saturadas, é o escoamento fluido dessas areias, provocado pelo acréscimo da pressão neutra e conseqüente decréscimo da resistência ao cisalhamento. A esse fenômeno denomina-se *liquefação das areias*. Exemplo catastrófico desse fenômeno foi a ruptura parcial da barragem de Fort Peck, nos EE.UU., em 1938. A barragem, com 100 milhões de metros cúbicos de aterro hidráulico, encontrava-se em final de construção, quando parte do seu talude de montante sofreu um súbito escorregamento, compreendendo um volume de aproximadamente 6,5 milhões de metros cúbicos. A este efeito se deve, também, a maior parte dos danos causados pelo terremoto de Niigata, no Japão.

Para uma areia solta, o ângulo de atrito interno (ϕ) é igual ao *ângulo de repouso* (α), definido como o ângulo, entre a horizontal e o talude, produzido mediante o derramamento de areia seca de uma pequena altura. Com efeito, considerando-se um elemento de areia seca ABC, de peso p, cisalhando no plano AC (Fig. 11-8*a*), tem-se:

$$\sigma = \frac{p \cos \alpha}{AC} \quad \text{e} \quad \tau = \frac{p \operatorname{sen} \alpha}{AC}$$

Como, para as areias secas:

$$\tau = \sigma \operatorname{tg} \phi$$

vem:

$$\frac{p \operatorname{sen} \alpha}{AC} = \frac{p \cos \alpha}{AC} \operatorname{tg} \phi$$

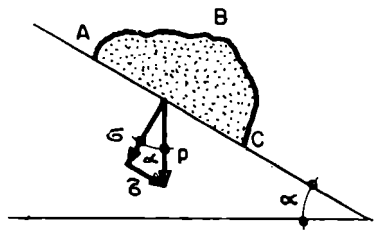


Fig. 11-8a

donde:

$$\frac{\text{sen } \alpha}{\cos \alpha} = \text{tg } \alpha = \text{tg } \phi \rightarrow \alpha = \phi$$

11-5 Resistência ao Cisalhamento das Argilas

Ao contrário do que ocorre com as areias, o estudo da resistência ao cisalhamento das argilas – dado o número de fatores interferentes – não apresenta a mesma simplicidade.

Os principais fatores que influem na resistência ao cisalhamento dos solos coesivos, são: o estado de adensamento do solo, a sensibilidade da sua estrutura, as condições de drenagem e a velocidade de aplicação das cargas.

Embora sem entrarmos em pormenores, reportando o leitor interessado aos trabalhos indicados na bibliografia, é conveniente distinguir os resultados experimentais obtidos em argilas saturadas e não saturadas.

Argilas saturadas – Na Fig. 11-9 indicam-se as linhas envoltórias de ruptura de argilas saturadas, obtidas de ensaios lento, rápido e rápido pré-adensado. A análise desses resultados mostra-nos que para os ensaios lento e rápido pré-adensado, os gráficos são semelhantes, apresentando trechos retilíneos que passam pela origem, para pressões maiores que a de pré-adensamento (σ_a).

Observa-se, assim, que para pressões maiores que σ_a, e nessas condições de solicitação, as argilas funcionam, em geral, como solos não coesivos. O valor de φ_{cu} está compreendido entre 1/2 e 2/3 do ângulo φ'.

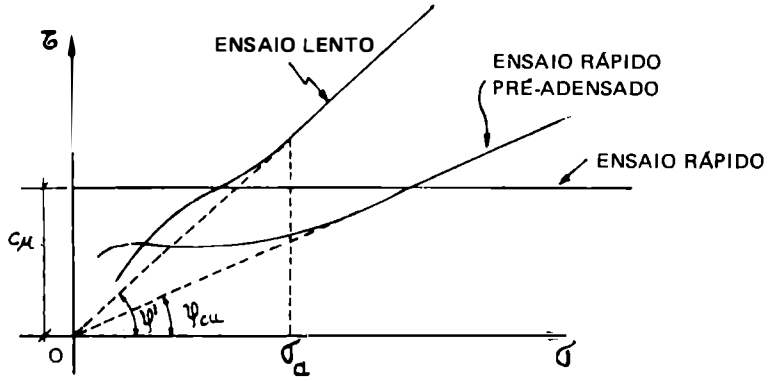


Fig. 11-9

Nos ensaios rápidos, não sendo permitida a drenagem, o índice de vazios da amostra será sempre o mesmo e, conseqüentemente, não se exercerão pressões efetivas; como as pressões efetivas é que mobilizam resistência ao cisalhamento, concluímos que esta

será sempre a mesma, independentemente do par de valores (σ_3, σ_1). A envoltória será, portanto, uma reta horizontal de equação $\tau = c$, onde c é a coesão da argila.

Esta modalidade de ensaio permite determinar apenas c, pois, "a priori", sabe-se que conduzirá a um valor nulo para φ.

Segundo Skempton (1957) o valor da coesão c_u (ensaio não drenado) em depósitos de argilas normalmente adensadas, é dado pela fórmula de origem estatística:

$$c_u = \bar{p}\,[\,0{,}11 + 0{,}0037\,(IP)\,]$$

onde $\bar{p}$ é a pressão efetiva devida às camadas sobrejacentes e IP é o índice de plasticidade, expresso em porcentagem.

Observação – De acordo com o tipo de ensaio e as medidas tomadas durante a sua realização, a envoltória fornecerá c e φ em função das pressões "totais" ou "efetivas", embora os círculos individuais de Mohr (Fig. 11-10) sejam semelhantes (mesmo diâmetro e deslocados entre si de uma distância u). Com efeito, o diâmetro do círculo que representa as pressões principais totais é igual a $\sigma_1 - \sigma_3$; como a pressão neutra u tem o mesmo valor em todas as direções, o diâmetro correspondente às pressões principais efetivas, será

$$\sigma_1' - \sigma_3' = (\sigma_1 - u) - (\sigma_3 - u) = \sigma_1 - \sigma_3.$$

Tem-se, ainda, que

$$\sigma_3 - \sigma_3' = \sigma_3 - \sigma_3 + u = u.$$

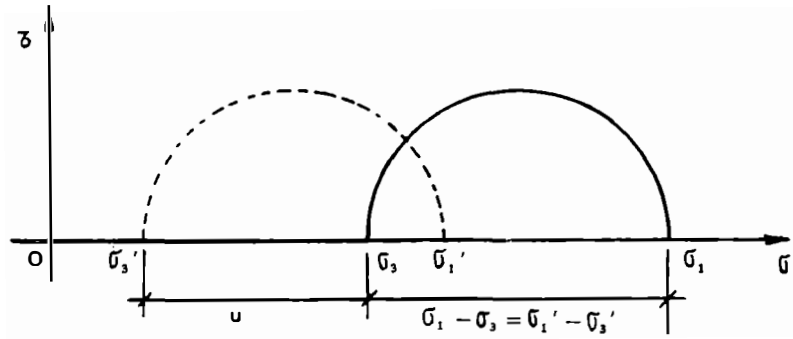


Fig. 11-10

Argilas não saturadas – Em solos não saturados, como são os solos compactados para construção de terraplenos (aterros de estradas e barragens), as envoltórias resultantes dos diversos tipos de ensaios têm formas diferentes das obtidas para as argilas saturadas.

Nesse caso, é de fundamental importância a consideração das pressões neutras desenvolvidas em função da redução de volume da fase gasosa.

Nota – Uma alternativa do círculo de Mohr para representação das condições de tensão em um ponto é o chamado *diagrama p-q*, proposto por Lambe. Nesse diagrama, os sucessivos estados de tensão a que se submete uma amostra de solo são representados por uma linha ligando os pontos (p, q), denominada *trajetória das tensões*, com $p = (\sigma_1 + \sigma_3)/2$ e $q = (\sigma_1 - \sigma_3)/2$.

11-6 "Coeficientes A e B" da Pressão Neutra

A teoria dos "coeficientes A e B" da pressão neutra (*pore pressure coefficients*), apresentada por Skempton, em 1954, propõe-se a determinar a variação da pressão neutra em uma amostra de argila, quando variam as tensões principais σ_1 e σ_3.

A fórmula proposta por Skempton, é a seguinte:

$$\Delta u = B[\Delta\sigma_3 + A\,(\Delta\sigma_1 - \Delta\sigma_3)]$$

onde A e B são coeficientes determinados experimentalmente. O coeficiente A depende principalmente do tipo de solo e do estado de solicitação a que já esteve submetido; o coeficiente B, é predominantemente influenciado pelo grau de saturação. Para solos saturados $B = 1$ e para solos parcialmente saturados $B < 1$.

Valores de A, medidos no instante da ruptura da amostra, situam-se aproximadamente entre $-0{,}5$ para argilas pré-adensadas e $+1{,}5$ para argilas de alta sensibilidade.

A Fig. 11-11 esclarece os significados de:

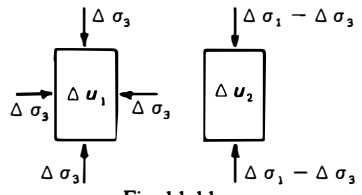


Fig. 11-11

$$B = \frac{\Delta u_1}{\Delta\sigma_3}$$

e

$$A = \frac{1}{B} \cdot \frac{\Delta u_2}{\Delta\sigma_1 - \Delta\sigma_3}$$

Uma análise teórica dos coeficientes A e B, pode ser feita como se segue.

Chamemos de c_f o coeficiente de compressibilidade do "fluido (água + ar)" que enche os vazios do solo, por unidade de acréscimo da pressão neutra, isto é:

$$c_f = \frac{1}{V_v} \cdot \frac{\Delta V_v}{\Delta u}$$

ou:

$$c_f = \frac{1}{nV} \cdot \frac{\Delta V}{\Delta u}$$

uma vez que a porosidade $n = \dfrac{V_v}{V}$ (com V o volume total) e que a variação ΔV_v do volume de vazios ocupado pelo fluido é igual à variação do volume total ΔV.

Tem-se, assim.

$$\frac{\Delta V}{V} = c_f n\,\Delta u$$

Igualando este valor com o que foi obtido anteriormente (veja-se Cap. 10), teremos:

$$\frac{1 - 2\mu}{E}(\Delta\bar{\sigma}_1 + \Delta\bar{\sigma}_2 + \Delta\bar{\sigma}_3) = c_f n\,\Delta u$$

com $\overline{\Delta\sigma_1} = \Delta\sigma_1 - \Delta u$, $\overline{\Delta\sigma_2} = \Delta\sigma_2 - \Delta u$ e $\overline{\Delta\sigma_3} = \Delta\sigma_3 - \Delta u$, as variações das pressões efetivas correspondentes ao acréscimo da pressão neutra Δu. Substituindo-os acima, obtém-se:

$$\frac{1 - 2\mu}{E}(\Delta\sigma_1 + \Delta\sigma_2 + \Delta\sigma_3 - 3\Delta u) = c_f n\,\Delta u$$

ou:

$$\frac{3\,(1-2\,\mu)}{E}\left(\frac{\Delta\sigma_1+\Delta\sigma_2+\Delta\sigma_3}{3}-\Delta u\right)=c_f n\,\Delta u$$

Como $3\,(1-2\mu)/E = c_e$ exprime a compressibilidade volumétrica específica, por unidade de pressão, da "estrutura do solo", podemos escrever:

$$c_e\left(\frac{\Delta\sigma_1+\Delta\sigma_2+\Delta\sigma_3}{3}-\Delta u\right)=c_f n\,\Delta u$$

Tirando o valor de Δu, vem:

$$\Delta u=\frac{1}{n\dfrac{c_f}{c_e}+1}\cdot\frac{\Delta\sigma_1+\Delta\sigma_2+\Delta\sigma_3}{3}$$

equação que nos dá a variação Δu da pressão neutra, para variação $\Delta\sigma_1, \Delta\sigma_2, \Delta\sigma_3$ das pressões efetivas, supondo que não haja drenagem e que a estrutura do solo se comporte como um material elástico e isótropo.

Como no ensaio triaxial $\Delta\sigma_2 = \Delta\sigma_3$, a equação passa a se escrever:

$$\Delta u=\frac{1}{n\dfrac{c_f}{c_e}+1}\cdot\frac{\Delta\sigma_1+2\Delta\sigma_3}{3}=\frac{1}{n\dfrac{c_f}{c_e}+1}\cdot\frac{\Delta\sigma_1-\Delta\sigma_3+3\Delta\sigma_3}{3}$$

ou:

$$\Delta u=\frac{1}{n\dfrac{c_f}{c_e}+1}\left[\Delta\sigma_3+\frac{1}{3}(\Delta\sigma_1-\Delta\sigma_3)\right]$$

Como uma massa de solo não se comporta, a rigor, como um material elástico e isótropo, os coeficientes da equação são substituídos por coeficientes A e B, a serem determinados experimentalmente. Assim:

$$\Delta u = B\,[\Delta\sigma_3 + A\,(\Delta\sigma_1 - \Delta\sigma_3)]$$

que é a equação anterior, devida a Skempton.

Há, atualmente, uma crescente tendência para utilização desses coeficientes na estimativa das pressões efetivas que se desenvolvem na construção das barragens de terra.

Para um estado triplo de tensões, Henkel propôs a fórmula:

$$\Delta u=\frac{\Delta\sigma_1+\Delta\sigma_2+\Delta\sigma_3}{3}+a\sqrt{(\Delta\sigma_1-\Delta\sigma_2)^2+(\Delta\sigma_2-\Delta\sigma_3)^2+(\Delta\sigma_3-\Delta\sigma_1)^2}$$

onde a é um parâmetro determinado empiricamente.

11-7 Aplicação dos Ensaios de Cisalhamento na Prática

O tipo de ensaio de cisalhamento a ser realizado, depende da natureza do problema em estudo e deverá reproduzir, tanto quanto possível, as condições a que o solo ficará sujeito.

Vejamos alguns exemplos típicos.

Em terrenos argilosos abaixo das fundações de edifícios, apesar de carregados ao longo de um certo período de construção (geralmente, 1 a 3 anos), o processo de dissipação das pressões neutras, em geral, ocorre num período de tempo muito maior. O ensaio rápido é, nesse caso, o mais adequado. Se, no entanto, nesse terreno argiloso, estão intercaladas camadas de areia que proporcionem drenagem rápida, o ensaio lento poderá ser o mais apropriado.

Os problemas de empuxo de terras e estabilidade de taludes em solos argilosos, para obras temporárias, poderão igualmente ser estudados com base nos resultados dos ensaios rápidos. Em se tratando de obras definitivas, aconselham-se os ensaios lentos.

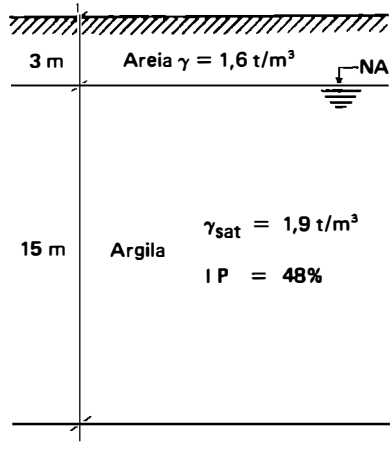
No projeto de barragens de terra, onde são elevadas as pressões neutras que se desenvolvem, os ensaios rápidos são os recomendáveis. Dever-se-á investigar, também, a estabilidade da obra, por meio de ensaios rápidos pré-adensados, sempre que houver a possibilidade de um rápido rebaixamento do nível d'água do reservatório. Tal ocorrendo, haverá uma alteração no estado de tensões, que poderá conduzir a uma ruptura da obra.

Ensaios de cisalhamento de solos arenosos, dada a alta permeabilidade desses materiais e, conseqüentemente, rápida dissipação das pressões neutras, são, geralmente, ensaios lentos.

Em seu livro *Soil Engineering*, Allam Singh apresenta um quadro no qual identifica a obra, o problema, o parâmetro de resistência ao cisalhamento e o tipo de ensaio que deve ser adotado.

Problema

Para as condições dadas na figura, pede-se avaliar a coesão não drenada da argila, no plano médio da camada.



Resp.: 330 g/cm².

Compactação dos Solos

Capítulo 12

12-1 Introdução

Entende-se por *compactação* de um solo, o processo manual ou mecânico que visa reduzir o volume de seus vazios e, assim, aumentar sua resistência, tornando-o mais estável.

Trata-se de uma operação simples e de grande importância pelos seus consideráveis efeitos sobre a estabilização de maciços terrosos, relacionando-se, intimamente, com os problemas de pavimentação e barragens de terra.

A compactação de um solo visa melhorar suas características, não só quanto à resistência, mas, também, nos aspectos: permeabilidade, compressibilidade e absorção d'água.

No estado atual de conhecimento sobre o assunto, sabe-se que o aumento do peso específico de um solo, produzido pela compactação, depende fundamentalmente da energia dispendida e do teor de umidade do solo.

Observe-se que na "compactação" há expulsão de ar, e no "adensamento" a expulsão é da água.

É sabido que a compactação se enquadra na categoria dos problemas relativos a "solos não saturados", onde a Mecânica dos Solos se depara ainda com dificuldades e, até mesmo, com certa insegurança.

12-2 Curvas de Compactação

Quando se realiza a compactação de um solo, sob diferentes condições de umidade e para uma determinada energia de compactação, a curva de variação dos pesos específicos γ, em função da umidade h, tem o aspecto indicado na Fig. 12-1. Para fins práticos,

prefere-se utilizar os $\gamma_s = \frac{\gamma}{1+h}$, traçando-se, assim, a curva $\gamma_s = f(h)$, que é chamada *curva de compactação*. Esta curva nos mostra que há um determinado ponto, para o qual γ_s é máximo. A umidade correspondente a este ponto de *peso específico aparente máximo* ($\gamma_{s,\,máx}$) é denominada *umidade ótima* (h_{ot}). Para cada solo, sob uma dada energia de compactação, existem, então, um h_{ot} e um $\gamma_{s,\,máx}$.

As curvas de compactação, embora difiram para cada tipo de solo, se assemelham quanto à forma. Na Fig. 12-1*a* indicamos algumas delas, para uma mesma energia de compactação (Costet-Sanglerat).

O comportamento do solo, indicado na Fig. 12-1, pode ser explicado considerando que à medida que cresce o teor de umidade, até um certo valor (h_{ot}), o solo torna-se mais trabalhável, daí resultando γ_s maiores e teores de ar menores. Como, porém, não é possível expulsar todo o ar existente nos vazios do solo, a curva de compactação não poderá nunca alcançar a *curva de saturação* (que é, teoricamente, a curva de $V_{ar} = 0$), justificando-se, assim, a partir de $\gamma_{s,\,máx}$, o ramo descendente.

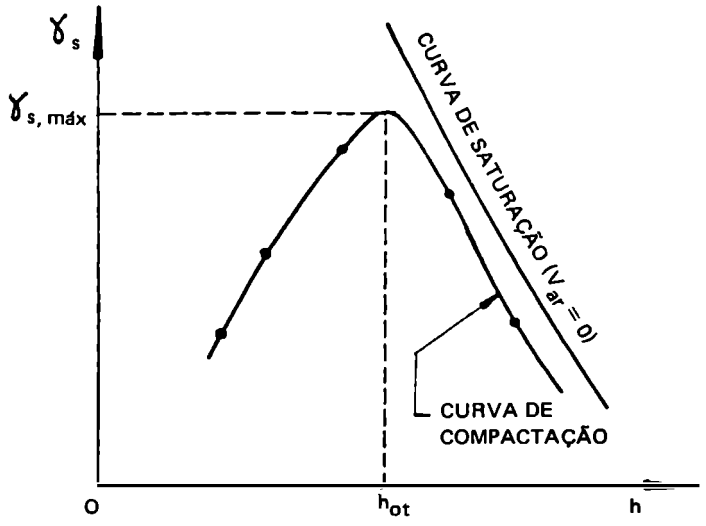


Fig. 12-1

Fácil é estabelecer a equação da curva de saturação. Com efeito, como sabemos:

$$\gamma = \delta \frac{1+h}{1+\epsilon} \gamma_a$$

Se o solo estiver saturado e, portanto, $V_v = V_a$ ($V_{ar} = 0$), tem-se:

$$\epsilon = h\delta$$

donde:

$$\gamma = \delta \frac{1 + h}{1 + h\delta} \gamma_a$$

ou, em termos de γ_s:

$$\gamma_s = \frac{\delta}{1 + h\delta} \gamma_a$$

ou, ainda:

$$\gamma_s (1 + h\delta) = \delta \gamma_a$$

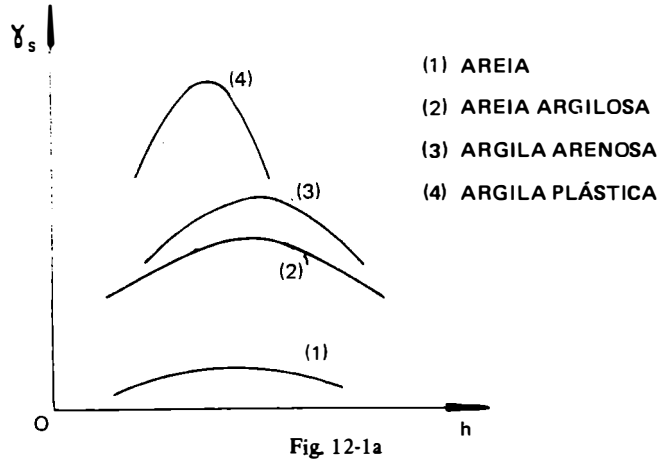


Fig. 12-1a

Esta equação – para um δ constante e h considerado variável independente de γ_s – representa, em um sistema cartesiano, uma hipérbole eqüilátera, que é justamente a curva de saturação. Ela define, pois, com os eixos, uma zona onde se situam todas as curvas de compactação.

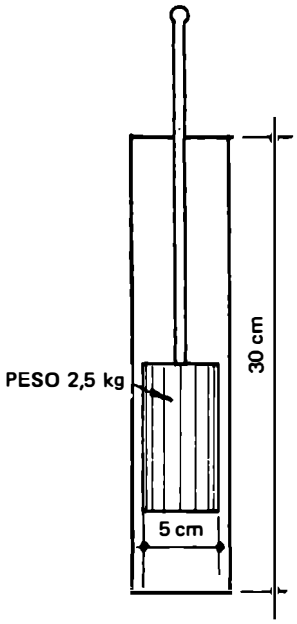
Da penúltima equação, obtém-se:

$$h\% = \left(\frac{\gamma_a}{\gamma_s} - \frac{1}{\delta} \right) 100$$

a qual permite determinar a umidade necessária para saturar um solo.

12-3 Ensaios

O ensaio original para determinação da umidade ótima e do peso específico máximo de um solo é o *ensaio de Proctor*, proposto em 1933, pelo engenheiro americano



que lhe deu o nome. Este ensaio, hoje em dia conhecido como *ensaio normal de Proctor* (ou *AASHO Standard*), padronizado pela ABNT em seu MB-33, consiste em compactar uma amostra dentro de um recipiente cilíndrico, com aproximadamente 1000 cm^3, em três camadas sucessivas, sob a ação de 25 golpes de um soquete, pesando 2,5 kg, caindo de 30 cm de altura (Fig. 12-2).

O ensaio é repetido para diferentes teores de umidade, determinando-se, para cada um deles, o peso específico aparente. Com os valores obtidos traça-se a curva $\gamma_s = f(h)$, de onde, como vimos, se obterá o ponto correspondente a h_{ot} e $\gamma_{s,máx}$.

Para o traçado da curva é conveniente a determinação de uns cinco pontos, procurando-se fazer com que dois deles se encontrem na zona seca (ramo da esquerda da curva), um próximo à umidade ótima e os outros dois na zona úmida (ramo da direita da curva).

A *energia de compactação* desse ensaio é de aproximadamente 6 kg · cm/cm^3, calculada pela fórmula:

$$E = \frac{PhNn}{V}$$

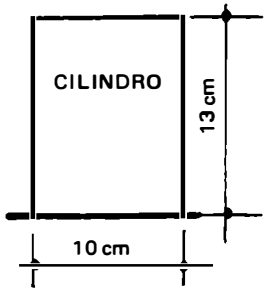


Fig. 12-2

onde:

E = energia específica de compactação, isto é, por unidade de volume;
P = peso do soquete;
h = altura de queda do soquete;
N = número de golpes por camada;
n = número de camadas;
V = volume do solo compactado.

Evidentemente, se o esforço de compactação for outro, obter-se-ão valores diferentes para h_{ot} e $\gamma_{s,máx}$. O ensaio é, pois, convencional. Proctor estudou-o para os casos práticos da época. Atualmente, tendo em vista o maior peso dos equipamentos de compactação, tornou-se necessário alterar as condições do ensaio, para manter a indispensável correlação com o esforço de compactação no campo. Surgiu, assim, o *ensaio modificado de Proctor* ou *AASHO Modificado*. Neste novo tipo de ensaio, embora a amostra seja compactada no mesmo molde, isto é feito, no entanto, em cinco camadas, sob a ação de 25 golpes de um peso de 4,5 kg, caindo de 45 cm de altura. A energia específica de compactação é, para esse novo ensaio, da ordem de 25 kg · cm/cm^3.

Como se verifica pela Fig. 12-3, ao crescer o esforço de compactação, o $\gamma_{s,\,máx}$ cresce e a h_{ot} decresce ligeiramente. Esses são alguns dos principais tipos de ensaios de compactação, atualmente usados.

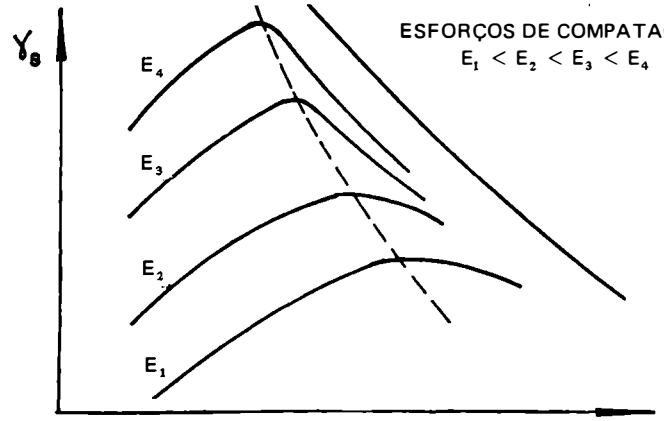


Fig. 12-3

Recentemente, alguns órgãos rodoviários vêm conduzindo os seus ensaios com uma energia de compactação *intermediária* às dos ensaios de Proctor, normal e modificado. Veja-se, por exemplo, *Métodos de Ensaio*, publicação da Divisão de Pesquisas Tecnológicas do DNER (1971).

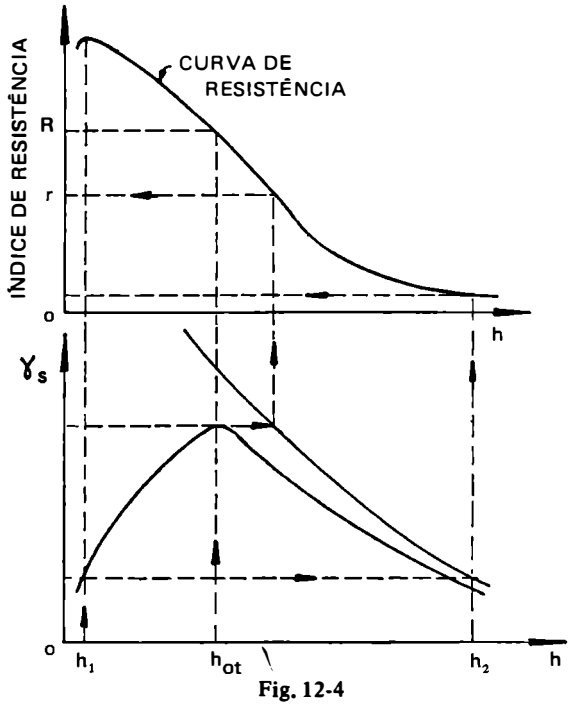


Fig. 12-4

12-4 Curvas de Resistência

É comum traçar-se, também, em função da umidade, a curva de variação da resistência que apresenta o material compactado; por exemplo, sua resistência à penetração de uma agulha padrão. Obtém-se, assim, Fig. 12-4, a *curva de resistência*, a qual nos revela que o índice de resistência (no caso, a resistência à penetração) decresce quando aumenta o teor de umidade. A medida dessa resistência é feita, em geral, pela *agulha de Proctor* (Fig. 12-5). Este aparelho permite, por meio de um dinamômetro, medir o esforço necessário para cravar no solo ou no corpo de prova dentro do cilindro de Proctor, uma

agulha de dimensões padronizadas. Para a umidade ótima irá corresponder uma resistência R, com a qual se poderá controlar a compactação no campo.

Observação – À primeira vista pareceria mais conveniente compactar o solo com uma umidade $h_1 < h_{ot}$; pois sua resistência seria elevada; ao mesmo tempo, porém, o maior volume de vazios facilitaria o acesso da água, dando lugar ao ramo descendente da curva. Acontece, assim, que, saturado o solo (nas épocas de grande precipitação pluviométrica), ele passaria a ter uma umidade h_2 e sua resistência seria praticamente nula. Se, ao contrário, compactarmos o solo na umidade ótima, tal não ocorre, pois se observa que, mesmo no estado de saturação, o solo apresenta, ainda, uma resistência r apreciável.

Reforça-se, desse modo, a afirmativa de que a compactação de um solo, qualquer que seja sua finalidade, deverá ser feita nas condições de umidade ótima.

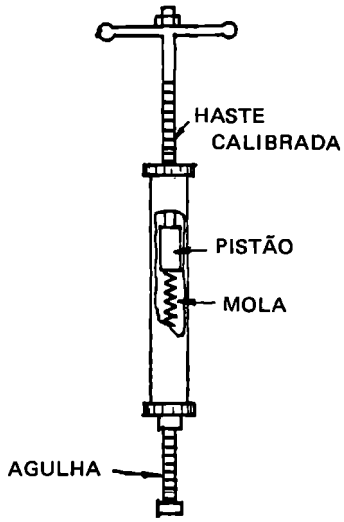


Fig. 12-5

12-5 Compactação no Campo

No campo, após espalhar o material, uniformemente, em camadas mais ou menos horizontais, a compactação é feita, empregando: rolos compressores, pilões e vibradores, além de carros-pipa munidos de barra de distribuição, para a irrigação. Às vezes utiliza-se, quando o material a ser compactado o permitir (caso de material siltoso), o próprio equipamento pesado de transporte para obter a compactação.

Dependendo da natureza do terreno empregam-se rolos lisos (tipo "tandem" ou o de três rodas), rolos pé-de-carneiro ou rolos pneumáticos. Os primeiros, em geral, para solos arenosos e os segundos para solos argilosos, sendo que os últimos são adaptáveis a quase todos os tipos de terreno. Os rolos pé-de-carneiro são arrastados por meio de tratores; a pressão sobre cada protuberância fixa ao tambor, varia com o peso do rolo, estando geralmente compreendida entre 10 e 40 kg/cm^2. Às vezes conjugam-se dois ou mais desses rolos, em série ou em bateria.

A quantidade de água a ser adicionada ao solo é calculada em função da descarga da barra de distribuição e da velocidade do carro-pipa. A espessura das camadas de solo (da ordem de 15 a 30 cm) e o número de passadas do equipamento de compactação, podem ser determinados controlando-se os resultados obtidos em um trecho experimental previamente escolhido. Constata-se que há um certo número de passadas (aproximadamente 10) além do qual é praticamente inútil prosseguir-se na compactação. É óbvio que esta será tanto mais econômica, quanto maior for a espessura das camadas e menor o número de passadas.

Os pilões manuais empregam-se apenas em trabalhos secundários (como reaterros de valas), enquanto que os pilões a explosão, conhecidos como "sapos", bem como os pilões a ar comprimido, têm grande aplicação, sobretudo pela sua adaptabilidade a quase todos os tipos de terreno.

Os vibradores são especialmente recomendáveis para solos granulares (arenosos ou pedregulhosos). Há vários tipos e sistemas, entre os quais o processo chamado *vibro-flotation*, que consiste em introduzir na camada de areia um vibrador provido com um injetor de água. A compactação é produzida ao se lançar o equipamento no terreno, pela ação simultânea dos efeitos da vibração e da injeção.

12-6 Controle da Compactação

Para comprovar se a compactação está sendo feita devidamente, deve-se determinar sistematicamente a umidade e o peso específico aparente do material.

Para esse controle pode ser utilizado o "speedy" na determinação da umidade, e o processo do "frasco de areia" na determinação do peso específico.

Chama-se *porcentagem ou grau de compactação* ao quociente do peso específico aparente obtido no campo, pelo peso específico máximo obtido no laboratório:

$$G_c = \frac{\gamma_s \text{ (campo)}}{\gamma_{s,max} \text{ (laboratório)}} \times 100$$

Não sendo atingida a compactação desejada, a qual não deverá ser inferior a determinado valor do grau de compactação (fixado pela especificação adotada), o material será revolvido e recompactado.

Conquanto a porcentagem de compactação G_c, seja de uso generalizado, algumas instituições preferem adotar a chamada *razão de compactação* (Mc Dowell), definida por:

$$CR(\%) = \frac{\gamma_s - \gamma_{s,min}}{\gamma_{s,max} - \gamma_{s,min}} \times 100$$

onde γ_s, $\gamma_{s,\,mín}$ e $\gamma_{s,\,máx}$ são os pesos específicos secos, respectivamente: alcançado no campo, mínimo (no estado solto) e máximo (estabelecido por um ensaio de compactação enérgico).

Conquanto este índice seja mais adequado para avaliar a eficiência de uma compactação, apresenta o inconveniente da falta de normalização, até o momento, para determinação do $\gamma_{s,\,mín.}$

Qualquer que seja o índice empregado, o controle de compactação dever-se-á fazer com o maior número possível de ensaios, para em seguida analisar seus resultados, de preferência por um *método estatístico*.

Emprega-se, também, sobretudo no controle da construção de barragens de terra, o *método de Hilf*, o qual permite conhecer o grau de compactação e o desvio da umidade de compactação, em relação à umidade ótima, sem a necessidade de traçar a curva de compactação do solo. (Veja-se página 229.)

12-7 Ensaio Califórnia

Este ensaio, de grande valor na técnica rodoviária, é a base do conhecido método de dimensionamento de pavimentos flexíveis, introduzido por Porter, em 1929 e, ainda hoje, prestigiado.

Nesta oportunidade estudaremos apenas o ensaio. A sua aplicação será vista no Vol. II, Cap. 22.

A seqüência do *ensaio*, no laboratório, é a seguinte:

- Determinação da umidade ótima e do peso específico máximo;
- Determinação das propriedades expansivas do material;
- Determinação do "índice de suporte Califórnia" (I.S.C.); em inglês "California Bearing Ratio" (C.B.R.).

Os ensaios são realizados com a amostra de solo compactada em condições padronizadas, dentro de um molde cilíndrico com, aproximadamente, 15 cm de diâmetro e 17,5 cm de altura, provido de um colarinho de extensão com 5 cm de altura. Como fundo falso deste cilindro, durante a compactação, usa-se o chamado "disco espaçador" (Fig. 12-6).

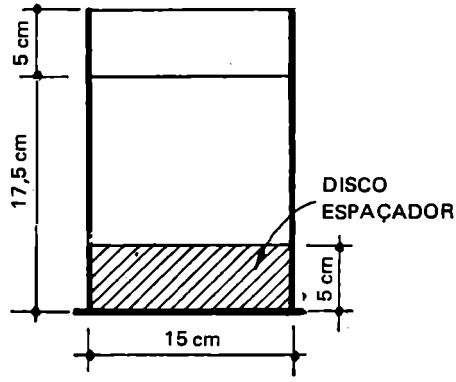


Fig. 12-6

Ensaio de compactação – Com o material que passa na peneira de 3/4" (19,1 mm) realiza-se um ensaio de compactação, como já foi visto, com as seguintes características: cinco camadas, 55 golpes, peso de 4,5 kg e altura de queda de 45 centímetros. Determina-se, assim, a umidade ótima e o peso específico máximo do solo.

Nota – O ensaio *Proctor normal* é, hoje, usado apenas para obras de compactação de reaterro de cavas de fundação. As energias do *AASHO modificado* (no cilindro pequeno, com 25 golpes, ou no cilindro grande – CBR – com 56 golpes) são, praticamente iguais, sendo empregado o cilindro pequeno para solos com diâmetros inferiores a 5 mm e o cilindro grande para diâmetros até 20 mm.

Ensaio de expansão – A determinação da expansão do material, devida à absorção da água, é feita moldando-se um corpo de prova, com a umidade ótima, tal como indicado anteriormente. Sobre a amostra coloca-se um papel de filtro e, acima deste, um disco perfurado, munido de uma haste ajustável, com uma sobrecarga de discos anulares – equivalente ao peso do pavimento – a qual não deverá ser inferior a 4,5 kg. A seguir imerge-se o cilindro com a amostra compactada, junto com o disco e a sobrecarga, dentro de um depósito cheio d'água, durante 4 dias, ou menos, se o material não for coesivo.

Sobre a haste coloca-se um extensômetro (com sensibilidade de 0,01 mm) montado em tripé e ajusta-se a leitura. Cada 24 horas, durante os 4 dias, fazem-se leituras no extensômetro, observando-se, assim, a expansão do material. As expansões progressivas, assim como a expansão total ao fim de 4 dias, são referidas em porcentagens da altura inicial do corpo de prova.

Considera-se que os *subleitos* bons tenham expansões menores que 3% e que os materiais para *sub-bases* tenham-nas menores que 2% e, para *bases*, menores que 1% (veja-se Vol. 2, Cap. 22).

Determinação do I.S.C. — O processo que normalmente se emprega é o seguinte:

a) Preparam-se três corpos de prova com a umidade ótima, sendo que um com 55 golpes, outro com 26 e o terceiro com 12; determinam-se as umidades e os pesos específicos dos mesmos;

b) Satura-se cada uma dessas amostras durante 4 dias; assim procedendo, procura-se reproduzir a condição mais desfavorável que possa ocorrer, que é a de eventual saturação do material *in loco*;

c) Mede-se a resistência à penetração de cada uma delas, mediante o puncionamento (Fig. 12-7), na face superior da amostra, de um pistão com, aproximadamente, 5 cm de diâmetro, sob uma velocidade de penetração de 1,25 mm/min.

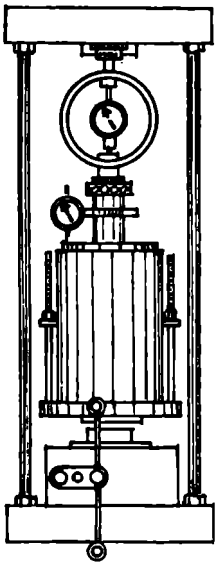


Fig. 12-7

A deformação é medida por meio de um defletômetro (com sensibilidade de 0,01 mm) fixo no pistão e apoiado no cilindro recipiente da amostra. Tendo em vista a velocidade de penetração mencionada, a correspondência entre as deformações e os tempos, deve ser a indicada no Quadro 12-1.

QUADRO 12-1

Tempo	Deformação
0,5 min	0,63 mm
1,0 min	1,27 mm
2,0 min	2,54 mm (0,1")
4,0 min	5,08 mm (0,2")
6,0 min	7,62 mm 0,3")
8,0 min	10,16 mm (0,4")
10,0 min	12,70 mm (0,5")

As cargas correspondentes são determinadas através das leituras do micrômetro (com sensibilidade de 0,001 mm) integrante do anel dinamométrico, que compõe o

aparelho. Por meio destas leituras e da curva de aferição do anel, conhecem-se as cargas atuantes no pistão, as quais, divididas pela sua área, fornecerão as pressões aplicadas à amostra. Traça-se, a seguir, a curva pressão-penetração (Fig. 12-8), a qual, se apresentar ponto de inflexão, deverá ser corrigida; para tal, traça-se uma tangente por este ponto, sendo sua interseção com o eixo das abscissas a nova origem, que se deverá tomar para as penetrações.

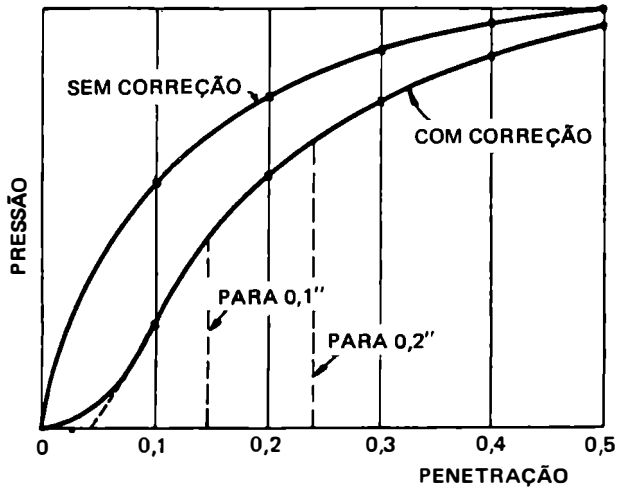


Fig. 12-8

As pressões, assim obtidas, expressas em porcentagens das "pressões padrões", denominam-se *índices de suporte Califórnia* (I.S.C.) ou *índices californianos de capacidade de carga* (C.B.R.). Estas pressões padrões, que correspondem à resistência que apresenta a pedra britada, são as reproduzidas no Quadro 12-2.

QUADRO 12-2

Penetração		Pressão padrão	
mm	pol	kg/cm²	lb/pol²
2,54	0,1	70	1.000
5,08	0,2	105	1.500
7,62	0,3	133	1.900
10,16	0,4	161	2.300
12,70	0,5	182	2.600

Geralmente o I.S.C. empregado no projeto de pavimentos flexíveis é o que corresponde à penetração de 0,1", a menos que o índice para 0,2" seja maior, caso em que este será o adotado. Assim, se chamarmos de p a pressão determinada para a penetração 0,1", o índice de suporte será:

$$\text{I. S. C.} = \frac{p}{70} \times 100$$

Com os índices obtidos para 55,26 e 12 golpes, traça-se a curva "peso específico seco – I.S.C." (Fig. 12-9). O valor do I.S.C. final, para cálculos posteriores, será o correspondente a 95% do peso específico máximo, obtido anteriormente.

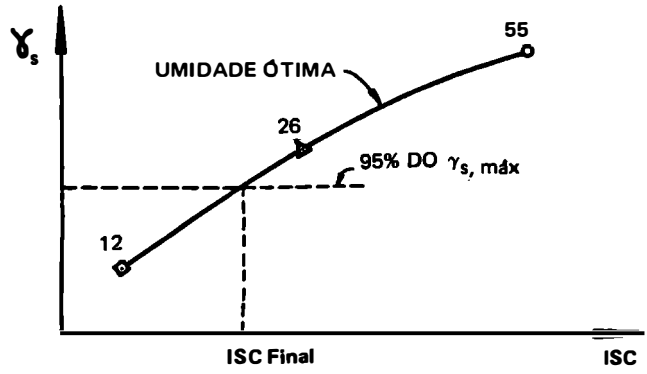


Fig. 12-9

Esclarecemos ainda, que, no caso de se querer aproveitar a própria resistência natural do solo, que lhe é conferida por sua estrutura, a determinação do I.S.C. deve ser feita por meio de amostras indeformadas, convenientemente obtidas.

Determinação do I.S.C. "in loco" – Utilizando-se um dispositivo que permita a penetração do pistão no terreno, é possível determinar o seu I.S.C. "in loco". Tal determinação, sujeita a uma série de restrições, é, por isso, pouco usada.

Correlação – Não é fácil estabelecer a correlação entre o ensaio C.B.R. (que é um ensaio de puncionamento) e as características mecânicas (compressibilidade, cisalhamento etc.) dos solos. Em primeira aproximação, alguns autores admitem que:

$$E = 65\,(\text{CBR})^{0,65}$$

com E, módulo de elasticidade, em kg/cm^2.

Problema

Num ensaio de compactação foram obtidos os seguintes valores:

h%	7,1	10,0	13,4	16,7	20,1
γ (g/cm^3)	1,91	2,06	2,14	2,16	2,06

Determinar a umidade ótima e o peso específico máximo.

Resp.: 13,4%; 1,89 g/cm^3.

Classificação dos Solos

Capítulo 13

13-1 Principais Sistemas de Classificação

Apesar das limitações a que estão sujeitas as diferentes classificações, constituem elas um meio prático para a identificação dos solos.

Os dois principais sistemas de classificação*, são: o Sistema Unificado de Classificação (*Unified Classification System* – U.S.C.), oriundo do *Airfield Classification System* (A.C.), idealizado por A. Casagrande e a Classificação do H.R.B. (*Highway Research Board*), originária da classificação do *Public Roads Administration.*

13-2 O Sistema Unificado de Classificação

Em linhas gerais, os solos são classificados, neste sistema, em três grandes grupos:

a) *Solos grossos* – aqueles cujo diâmetro da maioria absoluta dos grãos é maior que 0,074 mm (mais que 50% em peso, dos seus grãos, são retidos na peneira nº 200).

b) *Solos finos* – aqueles cujo diâmetro da maioria absoluta dos grãos é menor que 0,074 mm.

c) *Turfas* – solos altamente orgânicos, geralmente fibrilares e extremamente compressíveis.

---

* Já nos referimos, anteriormente, à classificação geral dos solos, em coesivos e não coesivos e, ainda, às classificações com base nas características granulométricas (em particular, à classificação trilinear).

No primeiro grupo acham-se os pedregulhos, as areias e os solos pedregulhosos ou arenosos com pequenas quantidades de material fino (silte ou argila). Estes solos são designados da seguinte maneira:

Pedregulhos ou solos pedregulhosos: *GW*, *GC*, *GP* e *GM*
Areias ou solos arenosos: *SW*, *SC*, *SP* e *SM*

As letras representam as iniciais das palavras inglesas:

G de *gravel* (pedregulho)
S de *sand* (areia)
C de *clay* (argila)
W de *well graded* (bem graduado)
P de *poorly graded* (mal graduado)
M da palavra sueca *mo*, refere-se ao silte

Assim, por exemplo, *SM* significa solos arenosos com certa quantidade de finos não plásticos.

No segundo grupo acham-se os solos finos: siltosos ou argilosos, de baixa compressibilidade ($LL < 50$) ou alta compressibilidade ($LL > 50$). São designados da seguinte forma:

Solos de baixa compressibilidade: *ML*, *CL* e *OL*
Solos de alta compressibilidade: *MH*, *CH* e *OH*

As letras, sobre as quais ainda não nos referimos, significam:

O de *organic* (orgânico)
L de *low* (baixa)
H de *high* (alta)

Assim, *CL* será um solo argiloso de baixa compressibilidade.

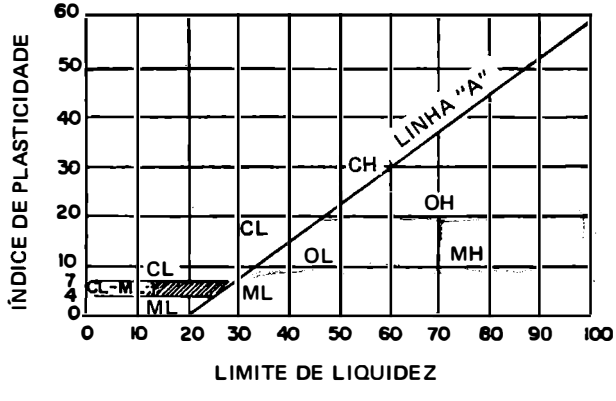


Fig. 13-1

Como se verifica, na simbologia adotada por esta classificação, os prefixos correspondem aos grupos gerais, e os sufixos aos subgrupos.

O gráfico de plasticidade é utilizado pelo Sistema Unificado, tal como mostrado na Fig. 13-1.

Os solos do terceiro grupo representam-se pelo símbolo *Pt* de *peat* (turfa).

O Quadro 13-1 resume este sistema de classificação.

QUADRO 13-1

SISTEMA UNIFICADO DE CLASSIFICAÇÃO DOS SOLOS (U.S.C.)
(RESUMO)

Classificação geral	Tipos principais	Símbolos
SOLOS GROSSOS (Menos que 50% passando na # 200)	Pedregulhos ou solos pedregulhosos	*GW, GP, GM* e *GC*
	Areias ou solos arenosos	*SW, SP, SM* e *SC*
SOLOS FINOS (Mais que 50% passando na # 200)	Siltosos ou argilosos	Baixa compressibilidade ($LL < 50$) *ML, CL* e *OL*
		Alta compressibilidade ($LL > 50$) *MH, CH* e *OH*
SOLOS ALTAMENTE ORGÂNICOS	Turfas	*Pt*

No quadro descritivo que acompanha esta classificação, são indicadas, ainda, as propriedades dos diferentes tipos de solos.

13-3 O Sistema de Classificação do H. R. B.

Nesta classificação os solos são reunidos em *grupos* e *subgrupos*, em função da sua granulometria e plasticidade.

Os "solos granulares" compreendem os grupos A-1, A-2 e A-3, e os "solos finos", os grupos A-4, A-5, A-6 e A-7, três dos quais divididos em subgrupos.

No Quadro 13-2 são indicados, em pormenor, os tipos de material, sua identificação e classificação como "subleito".

QUADRO 13-2

SISTEMA DE CLASSIFICAÇÃO DO H.R.B.

Classificação Geral	Solos Granulares (P_{200} < 35%)							Solos Silto-Argilosos (P_{200} > 35%)			
Grupos	A-1		A-3	A-2				A-4	A-5	A-6	A-7
Subgrupos	A-1-a	A-1-b		A-2-4	A-2-5	A-2-6	A-2-7				A-7-5; A-7-6
P_{10}	<50	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
P_{40}	<30	<50	>50	—	—	—	—	—	—	—	—
P_{200}	<15	<25	<10	<35	<35	<35	<35	>35	>35	>35	>35
LL	—	—	—	<40	>40	<40	>40	<40	>40	<40	>40
IP	<6	<6	NP	<10	<10	>10	>10	<10	<10	>10	>10
Índice de Grupo (IG)	0	0	0	0	0	<4	<4	<8	<12	<16	<20
Tipos de material	Fragmentos de pedra, pedregulho e areia		Areia fina	Pedregulhos e areias siltosas ou argilosas				Solos siltosos		Solos argilosos	
Classificação como subleito	Excelente a Bom					Regular a mau					

NOTAS: (1) – P_{10}, P_{40} e P_{200} indicam, respectivamente, as porcentagens que passam nas peneiras n.os 10 (2 mm), 40 (0,42 mm) e 200 (0,074 mm)

(2) – LL e IP referem-se a fração passando na # 40

(3) – Para o subgrupo A-7-5: $IP \leqslant LL$-30 e para o A-7-6: $IP > LL$-30

(4) – A identificação é feita da esquerda para direita, razão porque o A-3 é colocado antes do A-2, sem que isto signifique superioridade daquele sobre este

(5) – $$IG = \underbrace{(P_{200} - 35)}_{\substack{>0 \\ <40}} [0{,}2 + 0{,}005 \underbrace{(LL - 40)}_{\substack{>0 \\ <20}}] + 0{,}01 \underbrace{(P_{200} - 15)}_{\substack{>0 \\ <40}} \underbrace{(IP - 10)}_{\substack{>0 \\ <20}}$$

O gráfico de plasticidade, com indicação dos grupos e subgrupos dos "solos finos", permite facilmente classificá-los, conhecidos o LL e o IP do solo (Fig. 13-2).

Uma modificação importante, na classificação primitiva do Public Roads, foi a introdução do chamado *índice de grupo IG*, o qual é um número inteiro, variando de 0 a 20, definidor da "capacidade de suporte" do terreno de fundação de um pavimento

(veja-se Vol. 2, Cap. 22). Os seus valores extremos representam solos ótimos ($IG = 0$) e solos péssimos, que devem ser evitados ($IG = 20$). Como se verifica pelo Quadro 13-2, os solos granulares têm índices de grupo compreendidos entre 0 e 4, os siltosos entre 1 e 12 e os argilosos entre 1 e 20.

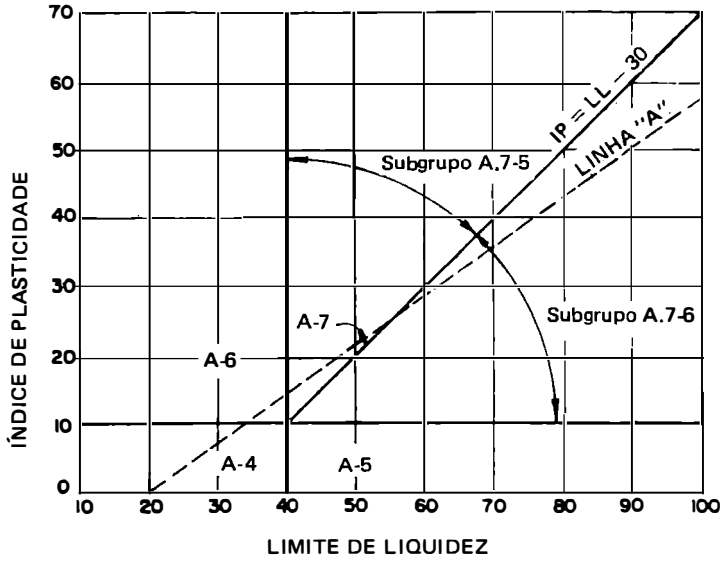


Fig. 13-2

A determinação desse índice baseia-se nos limites de Atterberg do solo e na porcentagem do material fino que passa na peneira nº 200. Seu valor pode ser facilmente obtido, mediante os gráficos da Fig. 13-3 (neste caso ele será igual à soma das ordenadas obtidas nos dois gráficos) ou, pelo emprego da fórmula empírica:

$$IG = 0{,}2\,a + 0{,}005\,ac + 0{,}01\,bd$$

onde:

a = porcentagem do material que passa na peneira nº 200, menos 35; se a porcentagem é maior do que 75, só se anotará 75 e, se é menor que 35, anotar-se-á 0 (0 a 40);
b = porcentagem do material que passa na peneira 200, menos 15; se a porcentagem é maior que 55, só se anotará 55 e, se menor que 15, anotar-se-á 0 (0 a 40);
c = valor do limite de liquidez, menos 40; se o limite de liquidez é maior que 60%, só se anotará 60 e, se menor que 40%, escrever-se-á 0 (0 a 20);
d = valor do índice de plasticidade, menos 10; se o índice de plasticidade é maior que 30%, só se anotará 30 e, se é menor que 10, anotar-se-á 0 (0 a 20).

Os valores de a, b, c e d deverão ser expressos em números inteiros e positivos, assim como o valor de IG.

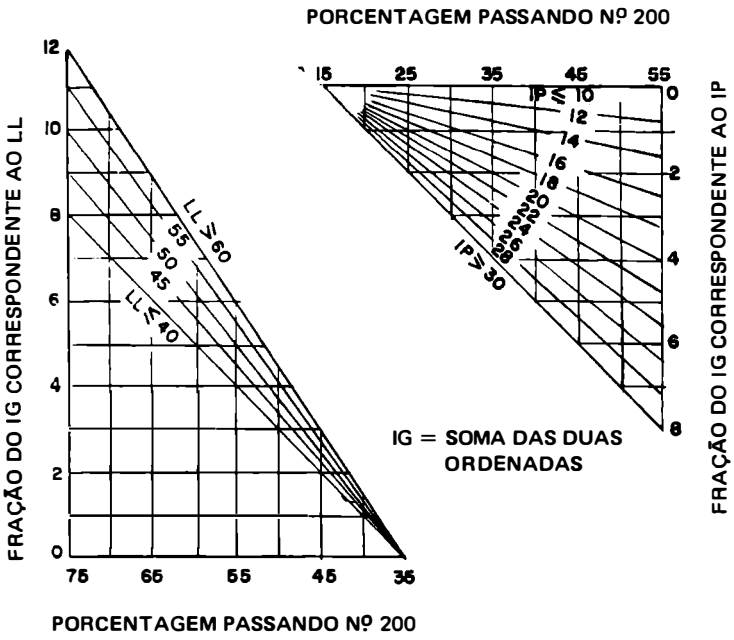

PORCENTAGEM PASSANDO Nº 200
FRAÇÃO DO IG CORRESPONDENTE AO LL
FRAÇÃO DO IG CORRESPONDENTE AO IP
IG = SOMA DAS DUAS ORDENADAS
PORCENTAGEM PASSANDO Nº 200

Fig. 13-3

Exemplo: Calcular o *IG* de um solo *A*-6 em que 65% de material passa na peneira 200, o limite de liquidez é 32% e o índice de plasticidade 13%.

Utilizando-se os gráficos, obtém-se:

Fração do *IG* correspondente ao LL = 6,0
Fração do *IG* correspondente ao IP = 1,2

Soma 7,2 ($IG = 7$)

Pelo emprego da fórmula:

$a = 65 - 35 = 30$
$b = 55 - 15 = 40$ (neste caso, anota-se, apenas 55)
$c = 0$ (posto que $LL < 40\%$)
$d = 13 - 10 = 3$

$$IG = 0{,}2 \times 30 + 0{,}01 \times 40 \times 3 = 7{,}2 \sim 7$$

Usualmente, indica-se o valor de *IG* entre parêntesis. Assim, no caso em apreço, escrever-se-á: *A*-6 (7).

Exploração do Subsolo

Capítulo 14

14-1 Considerações Iniciais

O primeiro requisito para se abordar qualquer problema de Mecânica dos Solos consiste num conhecimento, tão perfeito quanto possível, das condições do subsolo, isto é, no reconhecimento da disposição, natureza e espessura das suas camadas, assim como das suas características, com respeito ao problema em exame. Tal conhecimento implica, pois, na *prospecção* do subsolo e na *amostragem* ao longo do seu decurso. Nesta fase dos estudos e em determinadas obras, torna-se indispensável, ainda, a colaboração, com o engenheiro civil, de um geólogo experimentado.

A importância desses estudos é tão grande e tão evidente que alguém já comparou o engenheiro que os omitisse, com um cirurgião que operasse sem um prévio diagnóstico ou com um advogado que defendesse uma causa sem um prévio entendimento com o seu cliente.

Tanto a escolha do método e da técnica como a amplitude das investigações devem ser função das dimensões e finalidades da obra, das características do terreno, dos dados disponíveis de investigações anteriores e da observação do comportamento de estruturas próximas.

Com efeito, para um estudo prévio, os mapas geológicos fornecem, muitas vezes, indicações úteis sobre a natureza dos terrenos. Do mesmo modo, o conhecimento do comportamento de estruturas próximas existentes, em condições semelhantes à que se pretende projetar – no que se refere, como veremos no Vol. 2, à pressão admissível do terreno, tipo de fundação e características da estrutura – propicia valiosos subsídios.

14-2 Métodos de Exploração do Subsolo*

Os principais métodos empregados para a exploração do subsolo podem ser classificados nos seguintes grupos:

a) Com retirada de amostras (deformadas ou indeformadas):
- Abertura de poços de exploração;
- Execução de sondagens.

b) Ensaios *in loco*:
- Auscultação;
- Ensaio de bombeamento e de "tubo aberto";
- *Vane Test*, *Rhéotest* e pressiômetro;
- Medida da pressão neutra;
- Prova de carga;
- Medida de recalque;
- Ensaios geofísicos.

A cada um desses grupos referir-nos-emos, em particular, mais adiante.

Quanto à *amostra* de solo, isto é, a porção de solo *representativa* da massa da qual ela foi extraída, distinguimos aquelas – ditas *deformadas* – que se destinam apenas à identificação e classificação do solo, e aquelas outras – consideradas *indeformadas*, admitindo-se para tal a conservação de textura, estrutura e umidade – destinadas à execução de ensaios para determinação das propriedades físicas e mecânicas do solo. Uma condição, no entanto, que não se conserva, pelo inevitável desaparecimento das pressões confinantes, é a do "estado de tensão" a que estava submetida a amostra.

A decisão, por um ou por outro tipo de amostra, é função da heterogeneidade do subsolo, da natureza das camadas que o compõem e, ainda, da importância da obra que se vai executar.

Uma outra questão a ser observada é a do *acondicionamento* da amostra, a qual não deve sofrer variação do seu teor de umidade, nem perturbações durante o seu transporte ao laboratório, quando se trata de amostra indeformada.

14-3 Profundidade, Locação e Número de Sondagens

Com relação à profundidade, locação e número de sondagens, não é possível definir regras gerais, devendo-se, em cada caso, atender à natureza do terreno e da obra. Em muitos problemas, como, por exemplo, o das barragens ou das grandes obras de arte, torna-se indispensável levar o reconhecimento até o *bed-rock*, procurando-se, ao mesmo tempo, conhecer o seu perfil ao longo dos furos.

O estudo amplo e completo, relativo a um reconhecimento fisiográfico de uma região, é o que, em inglês, se denomina *survey*. Em se tratando de projeto de estrada, por exemplo, esse estudo deverá ser feito, senão antes, pelo menos durante a fase de locação.

---

* Numerosas e valiosas contribuições sobre o tema foram apresentadas num Simpósio Internacional realizado em Paris, em 1983, e publicadas sob o título *Reconnaissance des sols et des roches par essais en place* (2 volumes).

Quando os estratos que compõem o terreno são mais ou menos paralelos, diz-se que o *perfil é simples ou regular* e quando, ao contrário, são irregulares, diz-se que o *perfil é errático.*

A rigor, a profundidade a ser alcançada pelas sondagens deve ser fixada levando-se em conta as curvas de distribuição de pressões, assunto tratado no Vol. 2 desse Curso.

A experiência indica que os recalques prejudiciais são raros quando a tensão adicional $\Delta\sigma$, devido ao peso da estrutura e atuante sobre camadas compressíveis, é inferior a 10% da tensão σ atuante nessa camada e devida ao peso próprio das camadas sobrejacentes. A rigor, portanto, a profundidade a ser alcançada pelas sondagens deve ser fixada levando-se em conta a distribuição de pressões.

Na prática, sugere-se que a profundidade média das sondagens, a partir da cota de fundação, satisfaça à condição:

$$D \geq (0{,}8 \text{ a } 1{,}0)\, p \cdot B$$

com D e B em metros, sendo B a menor dimensão da fundação e p (em kg/cm^2) a pressão média na base da fundação (Fig. 14-*A*).

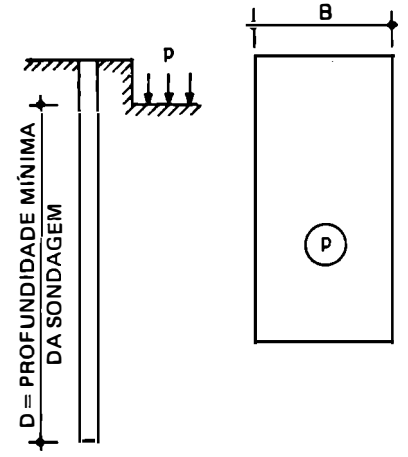


Fig. 14-A

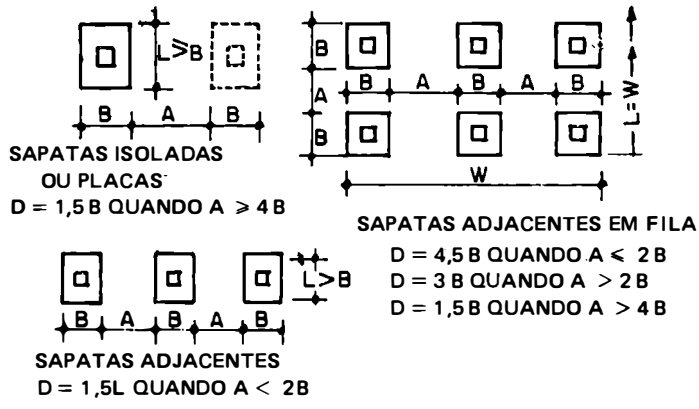

L≥B
B A B
SAPATAS ISOLADAS OU PLACAS
D = 1,5 B QUANDO A ≥ 4 B
B
A
B
B A B A B
L=W
W
SAPATAS ADJACENTES EM FILA
D = 4,5 B QUANDO A ≤ 2 B
D = 3 B QUANDO A > 2 B
D = 1,5 B QUANDO A > 4 B
L>B
B A B A B
SAPATAS ADJACENTES
D = 1,5L QUANDO A < 2B

Fig. 14-B

Tratando-se de fundação em estacas, a profundidade das sondagens deve ser contada a partir da ponta das estacas, podendo a profundidade anteriormente determinada ser reduzida em 1/3.

Algumas regras práticas para diferentes disposições das fundações são dadas na Fig. 14-B, onde D é a profundidade mínima das sondagens, $L > B$ as dimensões da fundação e A o espaçamento entre elas.

Como condições gerais a serem observadas na exploração do subsolo para fins de caracterização de subleitos e jazidas, vejam-se as Instruções recomendadas pelos órgãos rodoviários e, para o caso de fundações, o que estipulam as Normas (NBR-6484/80 e NBR-6122/86).

14-4 Abertura de Poços de Exploração

A técnica que melhor satisfaz aos fins de prospecção é, sem dúvida, a abertura de poços de exploração, pois não só permite uma observação *in loco* das diferentes camadas como, também, a extração de boas amostras. O seu emprego, no entanto, encontra-se, na prática, limitado pelo seu elevado custo, o qual o torna, às vezes, economicamente proibitivo, exigindo onerosos trabalhos de proteção a desmoronamentos e esgotamento d'água, quando a prospecção precisa descer abaixo do nível d'água. Mesmo assim, tem sido empregado em obras de vulto, que justificam grandes despesas com estudos prévios.

Na Fig. 14-1 reproduzimos um poço de exploração, escorado por cortinas que transmitem os empuxos do terreno a quadros horizontais e, na Fig. 14-2, apresentamos os processos empregados para retirada de amostras indeformadas na superfície do terreno ou no fundo de um poço, para solos de diferentes naturezas.

Em se tratando de terrenos cobertos por aterros onde se encontram corpos estranhos ou grandes blocos de rocha ou, ainda, terrenos com restos de antigas construções, aconselha-se o emprego de uma técnica mista, isto é, abertura de poços até a base desses aterros ou dessas antigas construções e, daí por diante, então, prosseguimento da prospecção por meio de sondagens. Solução idêntica pode ser adotada quando se atinge o nível do lençol freático.

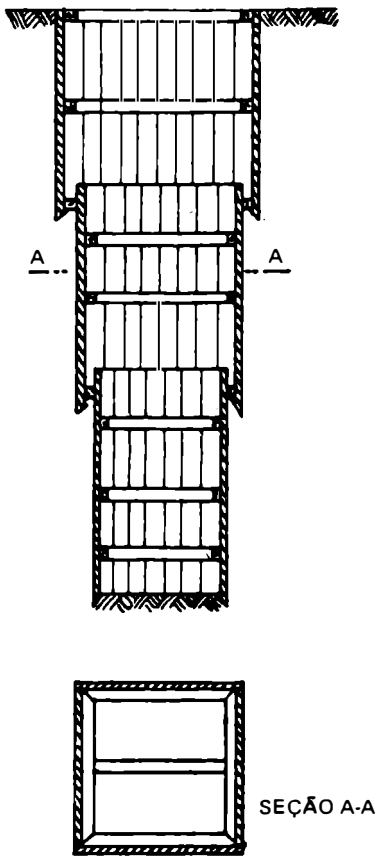
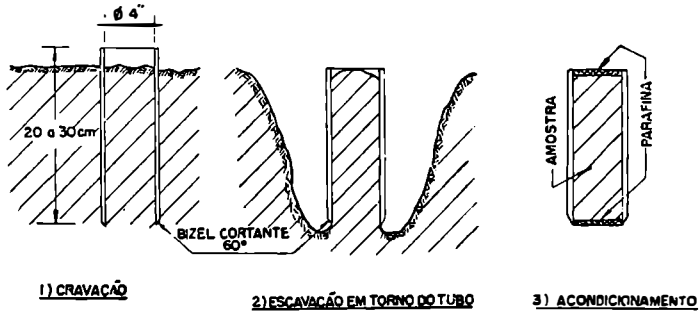


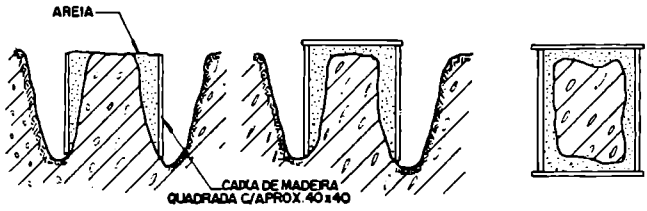
Fig. 14-1

a)- SOLOS COESIVOS SEM PEDREGULHO



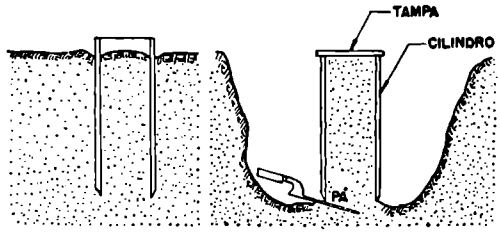
1) CRAVAÇÃO 2) ESCAVAÇÃO EM TORNO DO TUBO 3) ACONDICIONAMENTO

b)- SOLOS COESIVOS C/ PEDREGULHO OU CONCRECIONADO



1)- ESCAVAÇÃO 2)- COLOCAÇÃO DO FUNDO 3)- ACONDICIONAMENTO

c)- SOLOS NÃO COESIVOS



1)- CRAVAÇÃO 2)- EXTRAÇÃO DO CILINDRO CHEIO

Fig. 14-2

14-5 Execução de Sondagens

A execução de sondagens, que é a técnica mais comumente empregada, consiste, de um modo geral, na abertura de um furo no solo, furo este que é normalmente revestido por tubos metálicos. A perfuração, como veremos adiante, é feita por meio de ferramentas ou de máquinas que vão provocando a desagregação parcial, ou total, do terreno, permitindo, desse modo, a extração de amostras representativas das diferentes camadas atravessadas. À medida que a sondagem progride e as amostras são coletadas, registram-se as diferentes cotas em que aparecem camadas distintas, mesmo aquelas de pequena possança, assim como os diversos níveis d'água e todas as outras observações que possam elucidar ao engenheiro quando da fase de projeto da obra.

Observe-se que, no caso de pontes, opta-se, entre outras soluções, por sondagens apoiadas em flutuantes, tripóides (utilizados na ponte Rio–Niterói), plataformas fixas ou sondagens em embarcações, dependendo da altura da lâmina d'água, das condições de marés, dos ventos etc. O *sino de sondagem* é, também, um equipamento empregado, entre outras finalidades, para o estudo das fundações de estruturas *off shore.*

14-6 Tipos de Sondagens

Os diferentes tipos de sondagens distinguem-se:

– pela retirada de amostras deformadas e são ditas *sondagens de reconhecimento* (o diâmetro dos tubos de revestimento ou de guia é geralmente de 2″);

– pela retirada de amostras indeformadas (o diâmetro dos tubos é, em geral, de 6″).

Normalmente uma prospecção geotécnica inicia-se com sondagens de 2″, decidindo-se depois pela necessidade, ou não, de sondagens de 6″, tendo-se em vista o vulto da obra em confronto com a natureza do terreno encontrado na sondagem preliminar.

14-7 Sondagens de Reconhecimento

As sondagens de reconhecimento iniciam-se com a execução de um furo feito por um *trado-cavadeira* (Fig. 14-3), até que o material comece a se desmoronar e, daí por diante, elas progridem, já com o furo revestido, seja por meio do *trado-espiral* (Fig. 14-4),

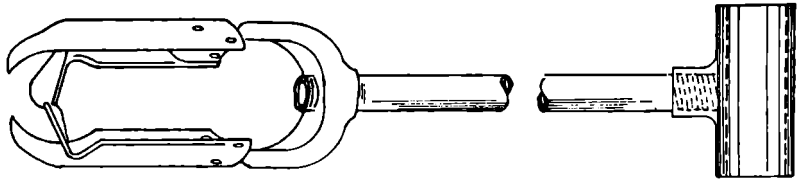


Fig. 14-3

da *bomba de areia* (Fig. 14-5), ou do chamado *método de percussão com circulação de água*, utilizando-se para isso o tipo de sonda indicado na Fig. 14-6. Quando ocorre a obstrução do furo de sondagem, lança-se mão, às vezes com sucesso, do *trépano* (Fig. 14-7).

Fig. 14-4

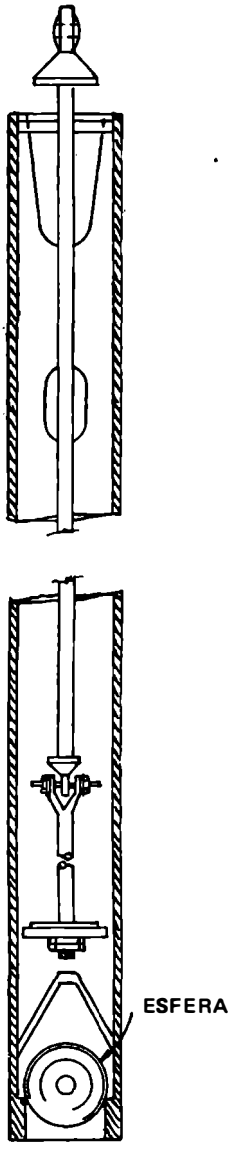


Fig. 14-5

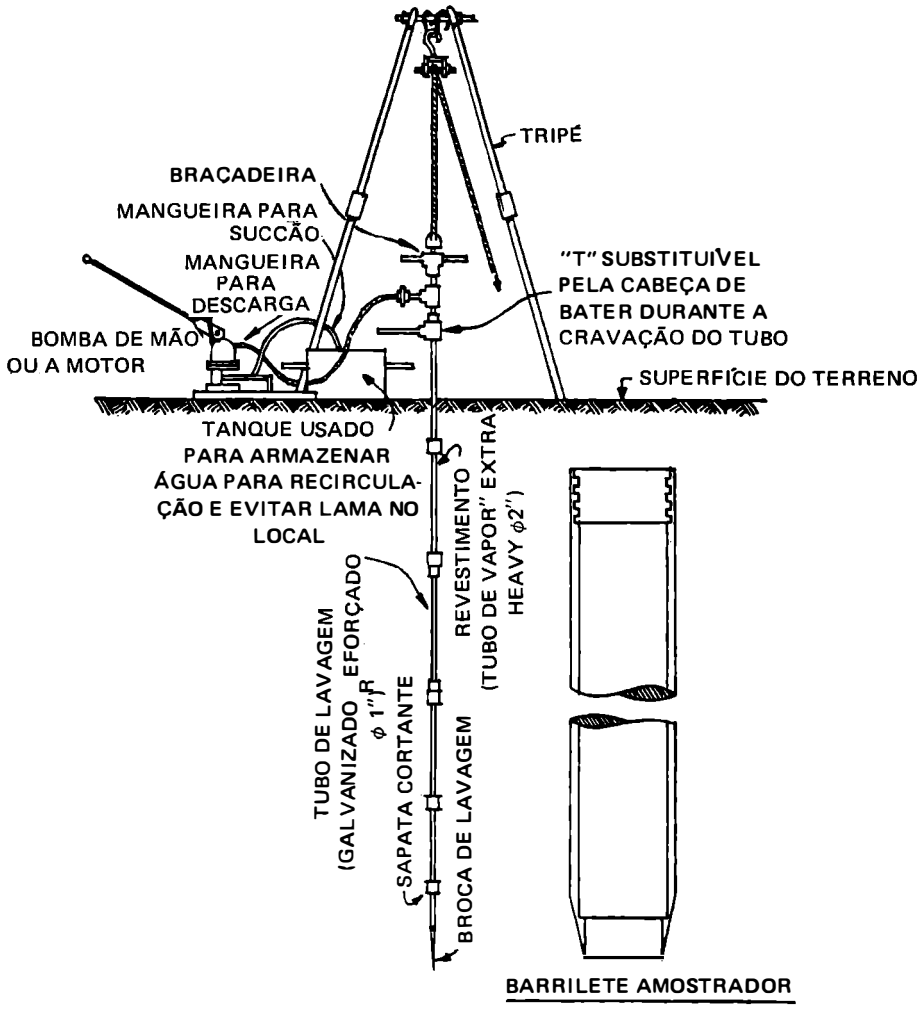

TRIPÉ
BRAÇADEIRA
MANGUEIRA PARA SUCÇÃO
MANGUEIRA PARA DESCARGA
"T" SUBSTITUÍVEL PELA CABEÇA DE BATER DURANTE A CRAVAÇÃO DO TUBO
BOMBA DE MÃO OU A MOTOR
SUPERFÍCIE DO TERRENO
TANQUE USADO PARA ARMAZENAR ÁGUA PARA RECIRCULAÇÃO E EVITAR LAMA NO LOCAL
REVESTIMENTO (TUBO DE VAPOR" EXTRA HEAVY φ2")
TUBO DE LAVAGEM (GALVANIZADO EFORÇADO φ 1" R
SAPATA CORTANTE
BROCA DE LAVAGEM
BARRILETE AMOSTRADOR

Fig. 14-6

Os trados indicados são também de grande utilidade quando se deseja um reconhecimento a pequena profundidade, como é o caso, por exemplo, de estudos para fins de pavimentação.

A bomba de areia é utilizada para avanço da sondagem em areias puras e soltas abaixo do nível d'água, a qual, com movimentos bruscos de puxada e largada da corda que a sustenta, vai enchendo de areia; simultaneamente o tubo de guia desce por meio de rotação.

O tipo e o emprego do equipamento de sondagem representados na Fig. 14-6, introduzidos entre nós há mais de 40 anos, e adotados por todos os nossos institutos técnicos oficiais e todas as firmas particulares especializadas – portanto, por demais conhecidos – dispensam maiores considerações.

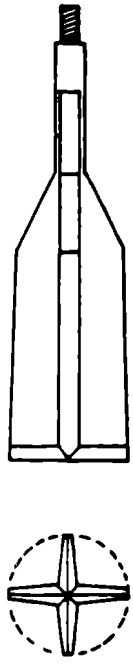


Fig. 14-7

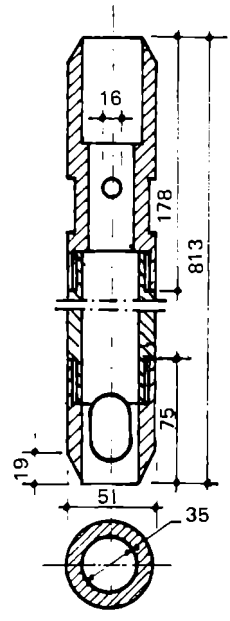


Fig. 14-7a

Basicamente consiste em introduzir um tubo no terreno, mediante golpes de uma massa, com peso e altura de queda constantes, registrando a penetração e o número de golpes. Têm uma dupla função: colhem amostras (se bem que alterando-as pelo choque e vibração) e medem a resistência à penetração, o que permite completar as informações sobre as diferentes camadas atravessadas. O método é econômico, rápido e aplicável à maioria dos solos, exceto pedregulhos.

No *standard penetration test* (SPT), o mais amplamente usado, o "barrilete amostrador" (Fig. 14-7*a*), com 2" e $1^{3/8}$" de diâmetros externo e interno, respectivamente, e que se abre longitudinalmente (para retirada da amostra), é fixado na extremidade das hastes de cravação e cravado 45 cm no solo, por dentro do tubo de sondagem. A cravação é feita por um peso de 65 kg, com 75 cm de altura de queda. Primeiramente se fazem penetrar 15 cm e, em seguida, se registra o número N de golpes aplicados para cravar os outros 30 cm, anotando-se separadamente cada 15 cm.

Para areias finas submersas, com o número de golpes medidos $N' > 15$, o valor a considerar deve ser:

$$N = 15 + \frac{1}{2} \cdot (N' - 15)$$

No Quadro 14-1, extraído de Cestelli Guidi – *Geotécnica e Técnica delle Fondazioni* – Vol. 1 – 1975, indicamos correlações aproximadas de N com a compacidade, consistência e parâmetros de resistência dos solos.

Para as areias bem graduadas, Zeevaert sugere a relação $\phi \sim 26^\circ + 20\, D_r$.

QUADRO 14-1

AVALIAÇÃO DOS PARÂMETROS DE RESISTÊNCIA EM FUNÇÃO DO SPT

Solos	N.º de Golpes N (SPT)	Índice de Consistência (IC)	Coesão não Drenada c_u (kg/cm²)
ARGILAS			
Muito Mole	≤ 2	0	$< 0,1$
Mole	2 - 4	0 - 0,25	0,1 - 0,25
Média	4 - 8	0,25 - 0,5	0,25 - 0,5
Rija	8 - 15	0,5 - 0,75	0,5 - 1,0
Muito Rija	15 - 30	0,75 - 1,0	1,0 - 2,0
Dura	≥ 30	$> 1,0$	$> 2,0$
AREIAS		Grau de Compacidade (GC) ou Densidade Relativa (D_r)	Ângulo de Atrito (ϕ)
Muito Fofa	< 4	$< 0,2$	$< 30°$
Fofa	4 - 10	0,2 - 0,4	30° - 35°
Média	10 - 30	0,4 - 0,6	35° - 40°
Compacta	30 - 50	0,6 - 0,8	40° - 45°
Muito Compacta	> 50	$> 0,8$	$> 45°$

A Fig. 14-7*b* mostra-nos uma correlação entre N e a pressão admissível para as areias (Vol. 2, Cap. 9).

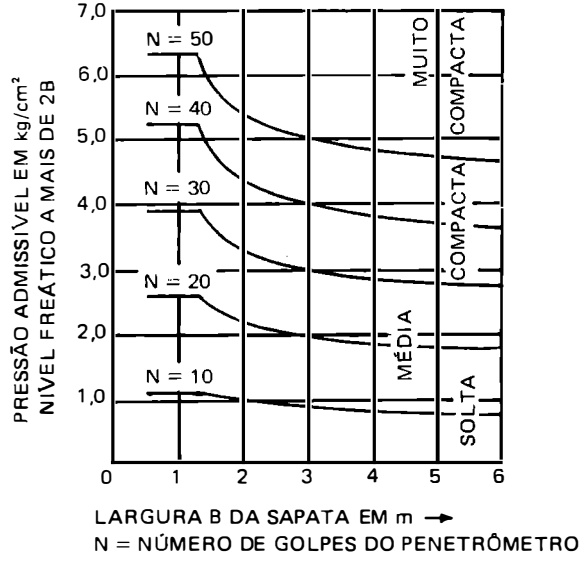


Fig. 14-7b

Para a pressão admissível das argilas, uma relação razoavelmente satisfatória é a seguinte:

$$p_{adm} = 1{,}33\, N \left(1 + 0{,}3 \frac{B}{L}\right) \qquad \text{(em t/m}^2\text{)}$$

sendo B e L as dimensões da sapata ($B < L$).

As correlações existentes devem ser utilizadas prudentemente, tendo em vista as restrições a que, correlações desse tipo, estão sempre sujeitas.

Para outras condições de cravação do barrilete, o número de golpes N equivalente ao SPT pode ser obtido pela fórmula aproximada:

$$N = \frac{30\, nh}{75\, \delta}$$

sendo h a altura de queda e n o número de golpes correspondentes à penetração δ.

Se as características do barrilete também são outras, Karol sugere uma relação para obter o N equivalente ao SPT.

Chamaríamos a atenção, ainda, que um dado de grande interesse prático, que deve ser anotado ao se executar uma sondagem, é a altura que a água ascende no tubo de revestimento, num certo tempo (digamos 10 minutos), após atingido o lençol d'água. Isto nos permitirá verificar se o lençol d'água se encontra, ou não, sob pressão.

De há muito generalizou-se o emprego de tubos de parede fina, conhecidos como *shelby-tubes*, com os quais se obtém amostras semi-deformadas.

14-8 Sondagens com Retirada de Amostras Indeformadas

De um modo geral as sondagens para retirada de amostras indeformadas (6") são executadas do mesmo modo que as de 2". Toda a diferença reside no maior cuidado com que devem ser feitas e nos tipos de amostradores empregados, a alguns dos quais faremos referência a seguir.

A cravação desses amostradores não deverá ser feita por percussão (esta é uma das maiores causas de alteração das amostras), e sim, como é usual, pela carga de um macaco hidráulico reagindo contra uma ancoragem fixada no próprio tubo guia.

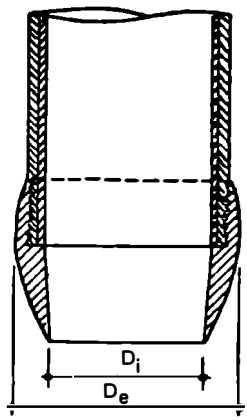


Fig. 14-8

Na Fig. 14-8 reproduzimos um corte da parte inferior do amostrador, com a indicação dos seus diâmetros característicos. A escolha desses diâmetros é feita de tal maneira que reduzam ao mínimo possível as alterações na amostra.

O *grau de alteração* $A_r\%$ da amostra é medido pela razão entre a área A_e da porção do solo que é deslocada pelo amostrador durante a sua cravação e a área A_i limitada pela sapata cortante.

Nessas condições, sendo:

$$A_e = \frac{\pi}{4}(D_e^2 - D_i^2)$$

$$A_i = \frac{\pi}{4} D_i^2$$

temos:

$$A_r\% = \frac{D_e^2 - D_i^2}{D_i^2} \times 100$$

Para tubos de aço com 2" de diâmetro e de paredes delgadas, $A_r\%$ é, aproximadamente, igual a 10%.

14-9 Amostradores para Solos Coesivos

Na Fig. 14-9*a* representamos o amostrador M.I.T. (*Massachusetts Institute of Technology*), de pistão, o qual é empregado para amostragem de solos coesivos. Uma

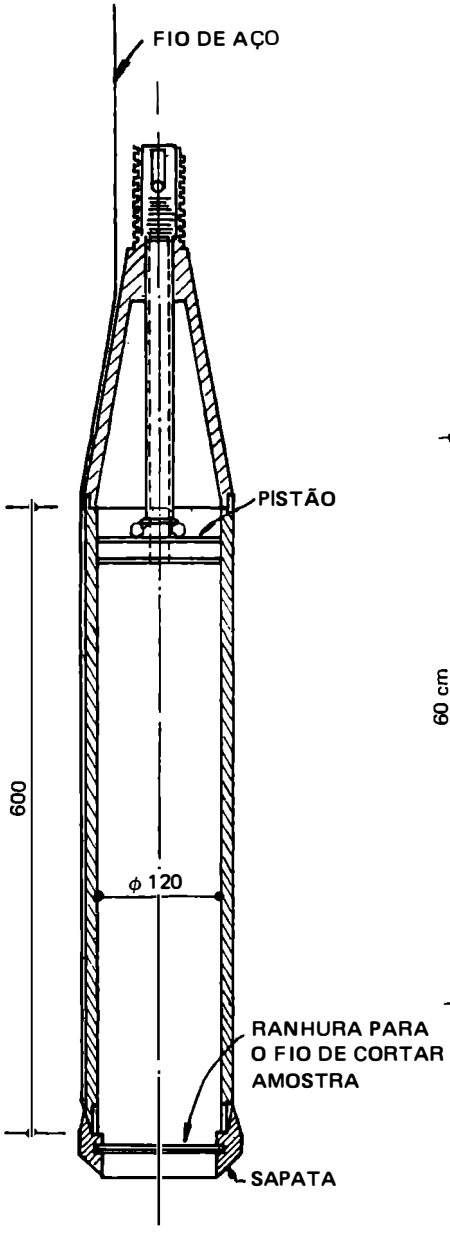


Fig. 14-9a

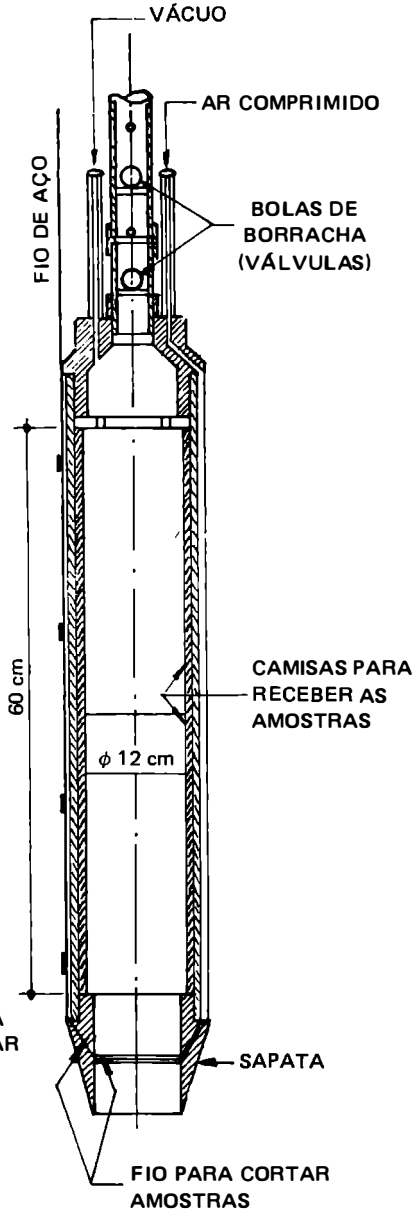


Fig. 14-9b

característica especial desse aparelho é o fio de aço para cortar a amostra. Atualmente esses amostradores são usados com camisas metálicas para recolher as amostras.

Entre outros tipos de amostradores para solos coesivos citaríamos o de Moran-Proctor, o de Porter e o de Casagrande-Mohr-Rutledge (Fig. 14-9*b*), o qual é munido de dispositivos, pouco eficientes, para fazer vácuo na parte superior e comprimir ar na parte inferior da amostra, visando sustentá-la no interior da camisa receptora.

14-10 Amostradores para Solos Não-Coesivos

Se o problema da obtenção de amostras indeformadas não é simples para solos coesivos, muito menos o é para solos não-coesivos. Isto porque acresce a circunstância de que a amostra, uma areia pura, por exemplo, não se mantém, por si só, dentro do amostrador. Torna-se, pois, necessário prover a base do amostrador, tal como indica na Fig. 14-10 o amostrador de Ivanoff, de um sistema de chapas móveis que, recolhidas durante a cravação, desçam e prendam a amostra durante a extração (com prejuízo, assim, para as características do amostrador, o qual terá que ser de parede espessa).

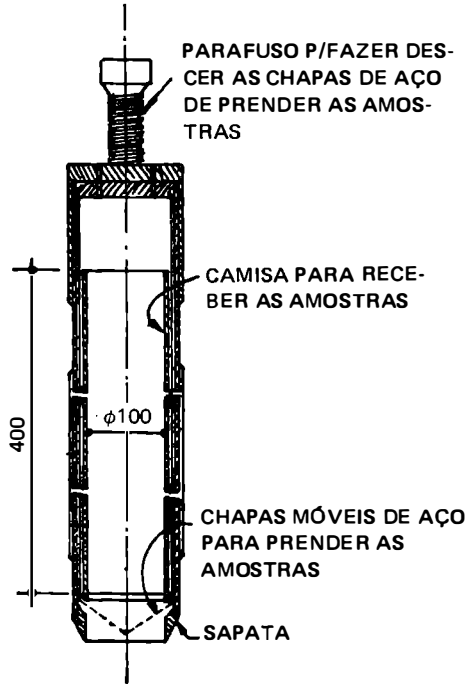

PARAFUSO P/FAZER DESCER AS CHAPAS DE AÇO DE PRENDER AS AMOSTRAS
CAMISA PARA RECEBER AS AMOSTRAS
400
ϕ100
CHAPAS MÓVEIS DE AÇO PARA PRENDER AS AMOSTRAS
SAPATA

Fig. 14-10

Um outro recurso de que se poderia lançar mão para retirada de amostras indeformadas de solos não coesivos consiste na estabilização preliminar desses solos pela *injeção de produtos betuminosos* ou pelo *congelamento*. Esses processos, além de serem passíveis de crítica, são de difícil aplicação e muito onerosos, sendo, por isso, raramente aplicados.

Na prática, essa deficiência na amostragem de solos não coesivos é suprida pelos ensaios de auscultação de que adiante nos ocuparemos.

14-11 Amostragem de Rochas

Em se tratando de terrenos rochosos ou rochas, e havendo necessidade de reconhecer o material em profundidade – caso que ocorre, por exemplo, no estudo das barragens ou das grandes obras de arte – a obtenção de amostras é feita por meio de *sondas rotativas*, empregando-se, geralmente, brocas de diamante. Os diâmetros das amostras (ou *testemunhos*), em geral variam de 2 a 10 cm; dada a grande velocidade de rotação dessas sondas, elas permitem um avanço muito rápido. Desse tipo, que corta a amostra, é o chamado *amostrador Denison*, usado quando se trata de solo muito resistente.

Sobre o assunto, voltaremos a nos referir no Vol. 2, Cap. 1.

14-12 Apresentação dos Resultados de um Serviço de Sondagem

Os resultados de um serviço de sondagem são sempre acompanhados de relatório, dando as seguintes indicações:

a) planta de situação dos furos;

b) perfil de cada sondagem com as cotas de onde foram retiradas as amostras;

c) classificação das diversas camadas e os ensaios que as permitiram classificar;

d) níveis do terreno e dos diversos lençóis d'água, com a indicação das respectivas pressões;

e) resistência à penetração do barrilete amostrador, indicando as condições em que a mesma foi tomada (diâmetro do barrilete, peso do pilão e altura de queda).

Na Fig. 14-11 reproduzimos um perfil individual de uma sondagem, bem como um perfil geral do terreno.

Com base nesses resultados é usual traçar-se um *subsolo representativo*, isto é, uma idealização do subsolo real, a fim de permitir, de maneira mais simples, uma análise do problema em estudo.

14-13 Ensaio de Auscultação

Este ensaio, também conhecido como *ensaio de penetração*, consiste, nas suas linhas gerais, em cravar uma haste no solo e registrar a resistência dinâmica ou estática oferecida à sua penetração. Daí, dois tipos de ensaios: dinâmico e estático.

Os ensaios de penetração constituem valiosas técnicas auxiliares na radiografia dos terrenos, podendo seus resultados correlacionar-se com a compacidade, consistência, compressibilidade e resistência ao cisalhamento dos solos. Indicam, além disso, os níveis rochosos ou estratos resistentes e as cavidades existentes nos terrenos. São ensaios complementares às sondagens, sendo, em geral, realizados durante a execução destas.

Ensaios dinâmicos – Desde há muitos anos que engenheiros e construtores têm recorrido à prática de cravar perfis metálicos ou estacas de madeira, a fim de avaliar

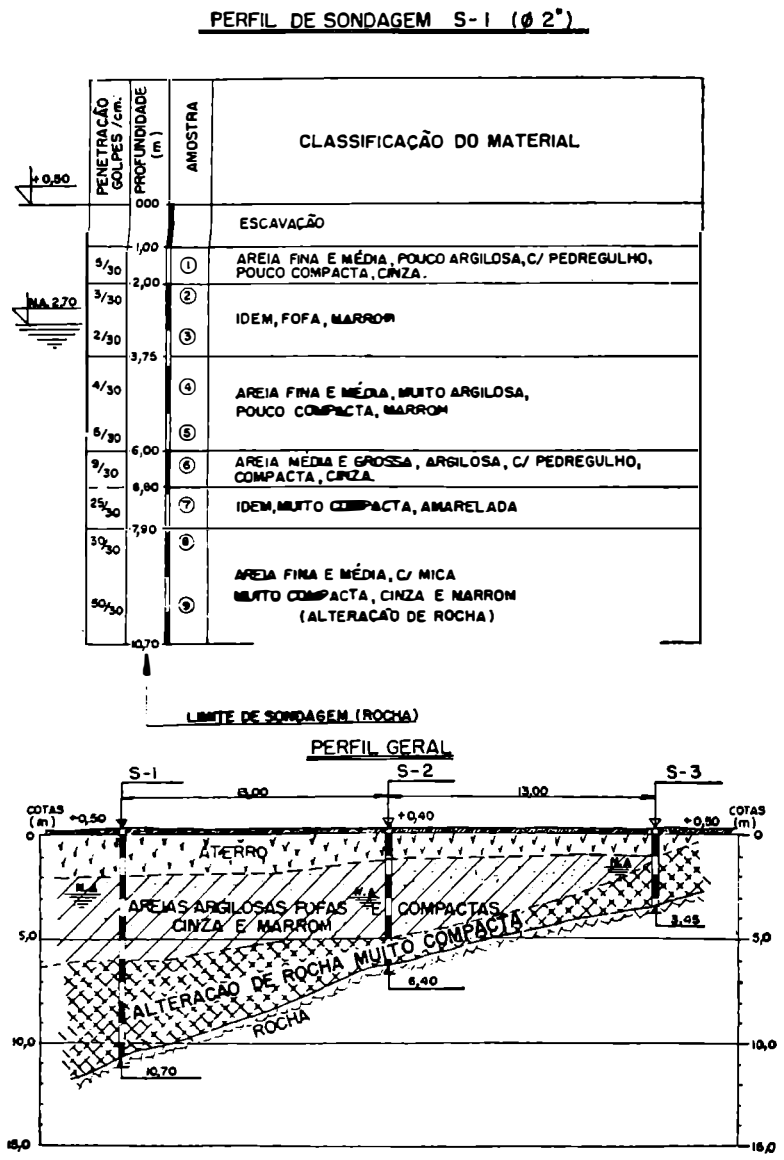


Fig. 14-11

qualitativamente, através do número de pancadas necessário para conseguir uma dada penetração, a resistência de um terreno em profundidade.

Presentemente, utilizamo-nos desse ensaio como um elemento a mais de informação para esclarecer a natureza do subsolo e, em geral, a não ser que o utilizemos apenas com a finalidade de delimitar obstáculos, realizamo-lo sempre durante a execução das sondagens.

Ensaios estáticos (*Diepsondering* ou *Deepsounding*) – Nesses ensaios utiliza-se um dispositivo constituído, em linhas gerais, de um tubo contendo, em seu interior, uma haste que se desloca, tendo na sua extremidade um cone (Fig. 14-12). No penetrômetro holandês, o cone tem um ângulo no vértice de 60° e 10 cm^2 de base. O ensaio de penetração estática (EPE) é também designado de CPT (*cone penetration test*). Americanos e russos o utilizaram para medida da resistência dos *solos lunares*.

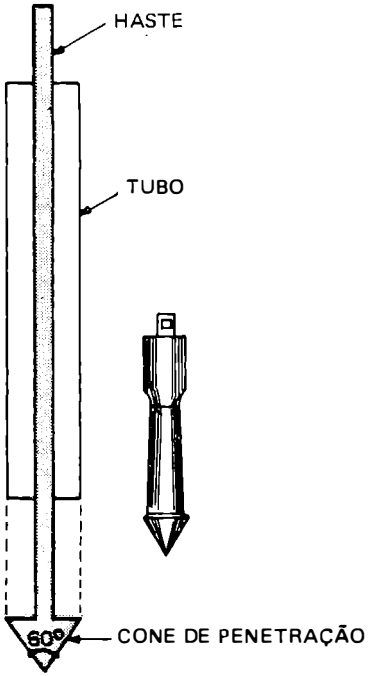


Fig. 14-12

Para realizar o ensaio, faz-se penetrar no solo, a uma velocidade lenta e constante (60 cm/min), primeiro só o cone, e depois o conjunto tubo e cone. A penetração é feita por meio de um macaco que atua por intermédio de uma câmara hidráulica, a qual está munida de manômetro que permite, assim, a medida da resistência à penetração.

A capacidade desses penetrômetros tem evoluído; o primeiro (em 1946) era de 2,5 t; mais tarde foi lançado o de 10 t e, atualmente, existem os de 17,5 t.

Esses ensaios separam a resistência à ruptura do solo em termos de resistência de ponta (r_p) e de atrito lateral (r_a).

Praticamente registram-se, durante a cravação, o esforço total (r_t) e o esforço sob a ponta, obtendo-se por diferença a resistência de atrito lateral. Os valores observados a diferentes profundidades, em geral de 25 em 25 cm, são registrados em gráficos como o da Fig. 14-13.

Os modelos atuais de penetrômetros dispõem de uma curta "camisa de atrito", acima da ponteira, que permite medir, também, a "resistência lateral local".

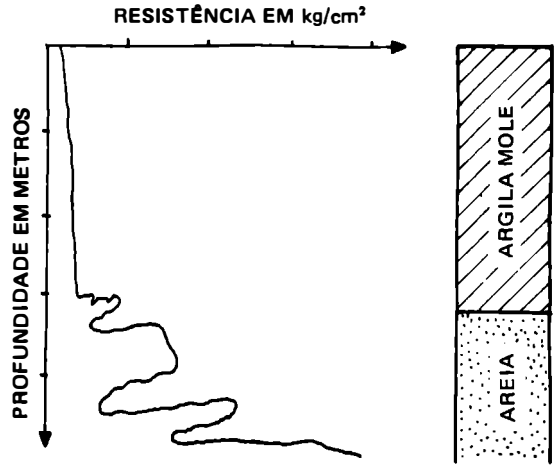


Fig. 14-13

Numerosas correlações estatísticas têm sido propostas entre os ensaios penetrométricos estáticos e dinâmicos*; segundo Meyerhof, por exemplo:

$$r_p\,(\mathrm{kg/cm^2}) = (12 \text{ a } 4)\ N$$

sendo o coeficiente 12 para as areias e solos arenosos e 4 para as argilas e solos argilosos.

Uma outra correlação muito útil, extraída de *Fundações Rasas* (publicação do IME-1975), é a seguinte:

$$r_p = \frac{E'}{m}$$

onde $E' = \frac{\Delta p}{\Delta h/h}$ é o "módulo edométrico" do solo, que corresponde ao "módulo de elasticidade" E, utilizado para os demais materiais de construção.

O valor de E' assim calculado, em função de r_p, pode ser utilizado para cálculo estimativo de recalques.

Nos Quadros 14-2 e 14-3, respectivamente, transcrevemos os valores típicos de m e de E' para diferentes tipos de solos.

* Veja-se José Folque – *Características Mecânicas de Solos Deduzidas de Ensaios de Penetração*. "Geotecnia", Nº 17, junho/julho 1976. Revista da Sociedade Portuguesa de Geotecnia. Lisboa.

QUADRO 14-2

SOLO	m
Areias ($r_p > 45$ kg/cm²)	1,5
Areia Argilosa, Argila Dura (15 kg/cm² $\leq r_p \leq 30$ kg/cm²)	2 a 5
Argila Mole ($r_p \leq 10$ kg/cm²)	5 a 10

QUADRO 14-3

SOLO	E' (em kg/cm²)
Argila Muito Mole	3,5 — 28
Argila Mole	17,5 — 42
Argila Média	42 — 84
Argila Dura	70 — 175
Argila Arenosa	280 — 420
Areia Siltosa	70 — 210
Areia Fofa	105 — 245
Areia Compacta	490 — 850
Areia Compacta e Pedregulho	980 — 1970

Exemplo: Para uma camada de areia com espessura $h = 150$ cm, $r_{p\ \text{médio}} = 50$ kg/cm² e submetida a um acréscimo médio de pressão de 0,5 kg/cm², o recalque médio dessa camada, dado por:

$$\Delta h = \frac{h \cdot \Delta p}{E'} = \frac{h \cdot \Delta p}{m \cdot r_p}$$

seria:

$$\Delta h = \frac{150 \cdot 0{,}5}{1{,}5 \cdot 50} = 1 \text{ cm.}$$

14-14 Ensaios de Bombeamento e de "Tubo Aberto"

Eles permitem, como vimos no Cap. 8, a determinação da permeabilidade do solo sem retirada de amostras.

14-15 Vane Test (Scissomètre), Rhéotest e Pressiômetro

a) *Vane Test* (que os franceses chamam *scissomètre* e nós "ensaio de palheta") – Com este ensaio, determina-se *in situ* a resistência ao cisalhamento de solos coesivos. O esquema da Fig. 14-14 mostra o princípio em que se fundamenta. Cravado o aparelho no terreno, mede-se o momento M necessário a fazê-lo girar. A este se opõem os momentos devidos às resistências ao cisalhamento que se desenvolvem ao longo da superfície lateral e das bases do cilindro de ruptura do solo que envolve as duas placas retangulares. Na rotação, os bordos da placa geram uma superfície de revolução. Como não há possibilidade de drenagem, o ensaio é classificado como "não drenado".

Chamando de M_1 o momento resistente sobre a superfície cilíndrica vertical e de M_2 o momento sobre cada uma das bases horizontais do cilindro, podemos escrever que o momento resistente total registrado no aparelho é igual a:

$$M = M_1 + 2\,M_2$$

Sendo r o raio das palhetas, tem-se:

$$M_1 = (2\,\pi\,rh)\,rc_u = 2\,\pi\,h\,r^2 c_u = 8\,\pi\,r^3 c_u$$

com $h = 2\,(2\,r) = 4\,r$.

Dividindo-se cada base em uma série de anéis elementares concêntricos, tem-se:

$$dM_2 = (2\,\pi\,x\,dx)\,x\,c_u = 2\,\pi\,x^2 dx\,c_u$$

e daí:

$$M_2 = c_u \int_0^r 2\,\pi\,x^2\,dx = \frac{2\,\pi}{3}\,r^3\,c_u.$$

Então:

$$M = 8\,\pi\,r^3\,c_u + \frac{4\,\pi}{3}\,r^3\,c_u = \frac{28}{3}\,\pi\,r^3\,c_u$$

e portanto:

$$c_u = \frac{3}{28} \cdot \frac{M}{\pi\,r^3}$$

que é o valor da coesão não drenada da argila.

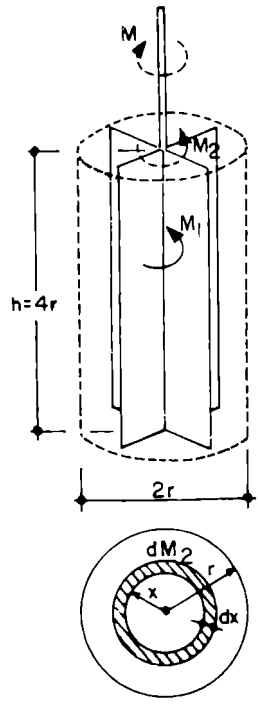


Fig. 14-14

b) *Rhéotest* – É um aparelho, introduzido em 1967 por Biarez, que se baseia no mesmo princípio do *Vane test*, permitindo, porém, conhecer a componente normal da tensão ao longo da superfície de ruptura, o que leva à possibilidade de se determinar a "curva intrínseca" do material, mediante uma série de ensaios.

c) *Ensaios pressiométricos* – Estes foram introduzidos por Kögler e Scheidig em 1930, e posteriormente desenvolvidos por Ménard, em 1957. Eles se propõem a medir o módulo de deformação transversal ou módulo pressiométrico E_p dos solos – que se utiliza no cálculo de recalques – e a pressão-limite p_l que corresponde à ruptura dos terrenos – que intervém nos cálculos de estabilidade das fundações.

A razão E_p/p_l é considerada como uma característica do tipo de solo, sendo tanto maior para os solos resistentes. Nos solos correntes, essa razão varia estatisticamente entre 8 e 12.

A Fig. 14-14*a* nos dá uma idéia esquemática do pressiômetro. O ensaio consiste em transmitir uma pressão à célula principal e medir, em cada instante, a pressão e o volume de água injetado. A célula é de altura constante, deformando-se, portanto, lateralmente. A Fig. 14-14*b* mostra-nos os resultados das medidas, onde se observam quatro fases distintas: 1 – fase de recompactação; 2 – fase pseudoelástica; 3 – fase plástica e 4 – fase de equilíbrio-limite.

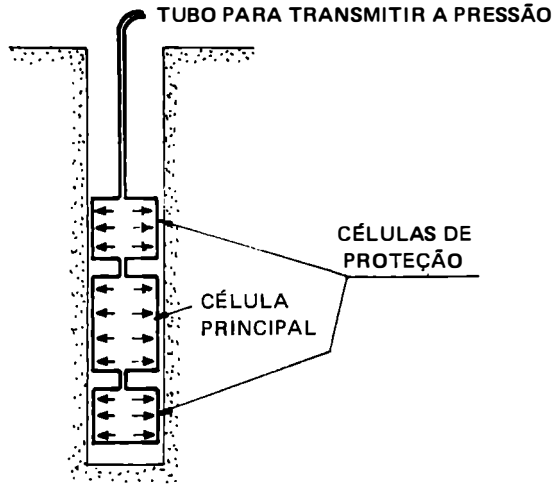


Fig. 14-14a

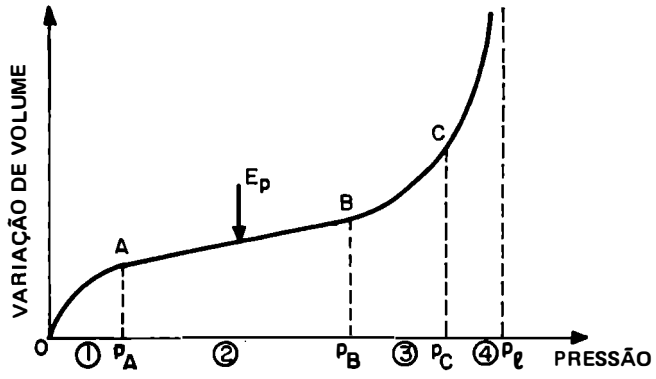


Fig. 14-14b

14-16 Medida de Pressão Neutra

No estudo do equilíbrio de uma camada de argila mole, sob um carregamento crescente, proveniente da construção de aterro, constitui a medida das pressões neutras um elemento de grande valia. A determinação dessas pressões, como voltaremos a fazer referência no item 14-21 e Vol. 2, pode ser feita, muito simplesmente, cravando-se um tubo, com a extremidade inferior porosa, até a cota onde se deseja fazer a medida; a altura que a água atinge no tubo dá o valor da pressão procurada (se maior que a correspondente ao nível do lençol freático, indicará a existência de uma sobrepressão).

14-17 Prova de Carga

As características de compressibilidade de um solo podem também ser obtidas através de provas de carga diretas sobre o terreno.

Esses ensaios consistem em carregar progressivamente o terreno, utilizando-se placas metálicas de dimensões determinadas, e medir os recalques sucessivos (veja-se a Norma NBR-6122/86. Os resultados obtidos são traduzidos em um gráfico pressão-recalque (Fig. 14-14*c*).

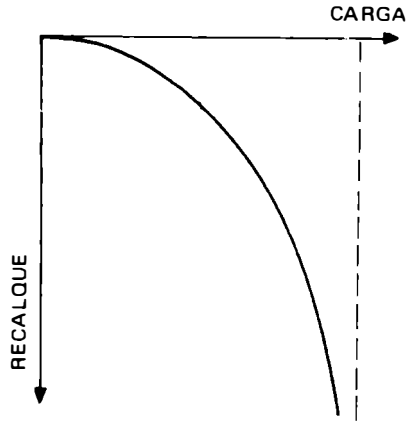


Fig. 14-14c

Sobre os valores obtidos influem, de maneira apreciável, as dimensões e a forma da placa de carregamento, o tipo de carga (se estática ou dinâmica) e o número de repetições de carga.

Por intermédio de provas de carga determina-se o *coeficiente de recalque k* (também chamado constante de Winker) de um solo, que é a razão entre a pressão p e o recalque y produzido.

$$k = \frac{p}{y} \text{ (kg/cm}^2\text{/cm)}$$

O seu valor é utilizado para fins de dimensionamento de "pavimentos rígidos" ou para o estudo de "vigas de fundação sobre base elástica".

Assim, $k = 6$ kg/cm^2/cm, por exemplo, significa que uma pressão de 6 kg/cm^2 provocará uma deformação de 1 cm no solo. Seu valor será tanto maior quanto menos deformável for o solo.

Normalmente, em se tratando de dimensionamento de "pavimentos rígidos", o valor de k é determinado para uma placa circular de 30" (76,2 cm) de diâmetro e fixando-se o recalque em 0,05" (1,27 mm).

Quanto ao comportamento de uma fundação, como se depreenderá do estudo sobre distribuição de pressões (Vol. 2), pouco nos esclarece o resultado de uma prova de carga, sem os elementos fornecidos por sondagens.

Nos problemas de estacas ou tubulações submetidos a cargas horizontais (Vol. 2, Cap. 13) define-se o *módulo de reação horizontal* k_h (referido à largura unitária da estaca) como a razão entre a reação p do terreno e o deslocamento y (Fig. 14-14*d*). Assim, $p = k_h\, Dy$. Para terrenos coesivos adota-se k_h = constante, e para terrenos não coesivos admite-se uma variação linear com a profundidade $k_h = n_h \frac{z}{D}$ com n_h (de dimensão FL^{-3}) um coeficiente constante para cada tipo de solo (veja-se U. S. NAVY – *Design Manual: Soil Mechanics, Foundations and Earth Structures* – 1962).

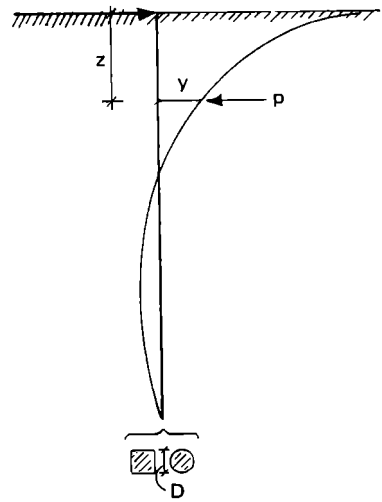


Fig 14-14*d*

14-18 Medida de Recalque

A determinação dos recalques de uma obra constitui um elemento de grande importância para o seu controle, seja na fase da execução – caso, por exemplo, da construção de aterros – seja para um eventual reforço, em se tratando de fundações.

Como se exige que tais medidas sejam rigorosas, é indispensável que, preliminarmente, se adote um marco de referência (*bench-mark*).

Na Fig. 14-15 esquematizamos uma referência de nível (*bench-mark*) apropriada à medida de recalques.

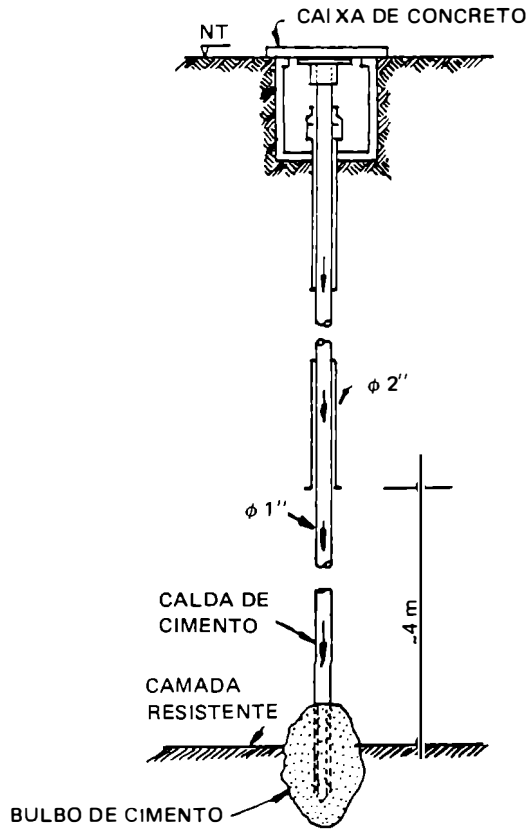


Fig. 14-15

Para medida dos recalques de fundações usa-se um nível ótico de precisão (a de um bom nível é de 0,5 mm) ou, então, o "nível de vasos comunicantes introduzido por Terzaghi" (Fig. 14-16); esse nível é capaz de uma precisão de 0,01 mm. Na maioria dos casos, o primeiro é perfeitamente satisfatório. Constatados os recalques ocorridos, mediante nivelamentos periódicos entre o *bench-mark* e as peças de referência embutidas nos pilares, traçam-se as curvas de igual recalque sobre a planta dos pilares, as quais permitem, então, se ajuizar do comportamento da fundação.

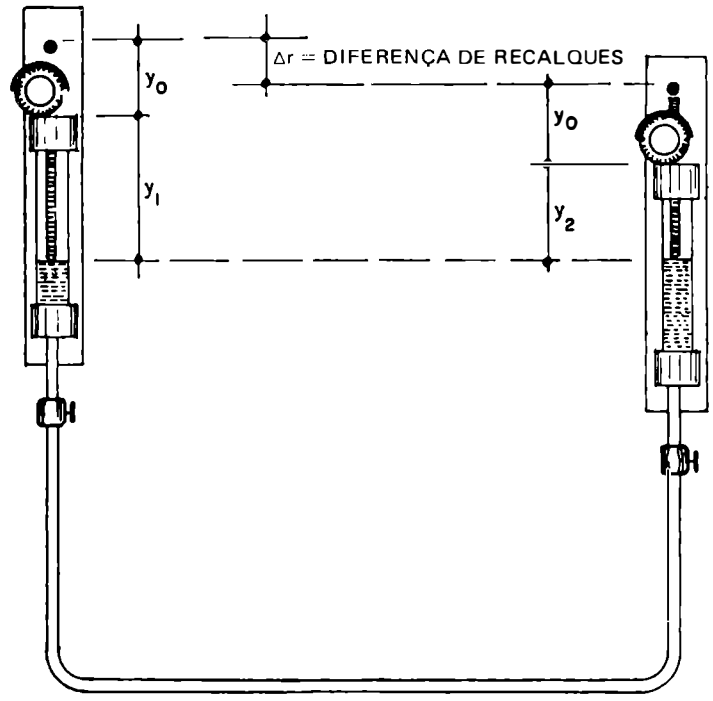


Fig. 14-16

14-19 Ensaios Geofísicos

A prospecção geofísica – sendo mais comuns a sísmica e a elétrica – permite determinar o tipo e a espessura das camadas, bem como detectar singularidades do terreno (presença de grandes blocos de rocha ou cavidades subterrâneas), o que é especialmente importante no estudo preliminar do projeto de grandes obras (aterros, pontes, barragens).

A interpretação dos seus resultados deve ser comprovada por outros métodos de reconhecimento (sondagens, auscultações etc.). O seu emprego, contudo, pode reduzir o número de outros ensaios, conduzindo a uma economia nos estudos, particularmente quando se trata de áreas muito extensas a serem exploradas.

O *ensaio sísmico*, seja por reflexão ou por refração, consiste em medir a velocidade de propagação de ondas vibratórias, enquanto que o *ensaio elétrico* se baseia na medida da resistividade do solo.

Método da resistividade elétrica – O princípio do método é ilustrado pela Fig. 14-17. Por meio de dois eletrodos, A e B, cravados no terreno, faz-se passar uma corrente de intensidade I; por entre dois outros, M e N, mede-se a diferença de potencial V. Sendo

d a distância comum entre os quatro eletrodos, a fórmula de Wenner:*

$$\rho = 2\,\pi\,d\,\frac{V}{I}$$

fornece o valor da resistividade elétrica do terreno, suposto homogêneo.

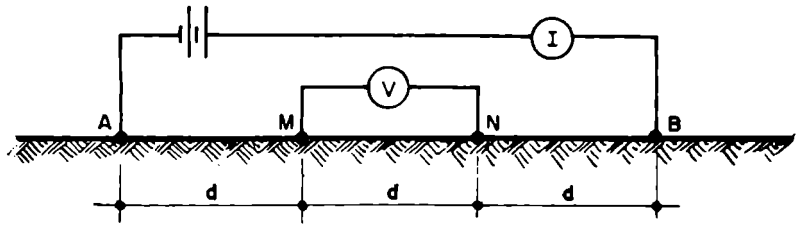


Fig. 14-17

Tratando-se de terrenos não homogêneos, o valor obtido representará a resistividade média das diferentes camadas, até a profundidade alcançada pela investigação, que se considera igual a d, ou seja, o espaçamento comum entre os eletrodos. A profundidade de investigação aumenta, assim, com o maior afastamento dos eletrodos.

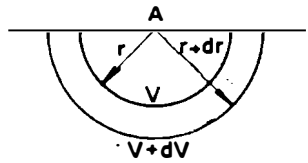
As maiores resistividades correspondem às rochas; valores intermediários referem-se aos pedregulhos; os menores valores, relacionam-se aos siltes e argilas saturadas.

Método da refração sísmica – A Fig. 14-18 esquematiza o princípio em que se fundamenta. Essencialmente consiste em emitir, de um determinado ponto, ondas sísmicas produzidas por um choque ou uma explosão, as quais são captadas por uma rede de sismógrafos.

---

* O fundamento teórico dessa fórmula é o seguinte: a propagação da corrente elétrica de intensidade I, a partir do ponto A (figura abaixo), se processa segundo trajetórias retilíneas; assim, entre duas esferas de raios r e $r + dr$, há uma diferença de potencial dV que, de acordo com a lei de Ohm, é proporcional ao comprimento dr e inversamente proporcional à superfície do solo condutor, ou seja:

$$dV = -\frac{\rho\,dr}{2\pi r^2}\,I$$



onde ρ é a resistividade elétrica do solo. Integrando:

$$V = \frac{\rho I}{2\pi r}$$

donde:

$$\rho = 2\pi r\,\frac{V}{I}$$

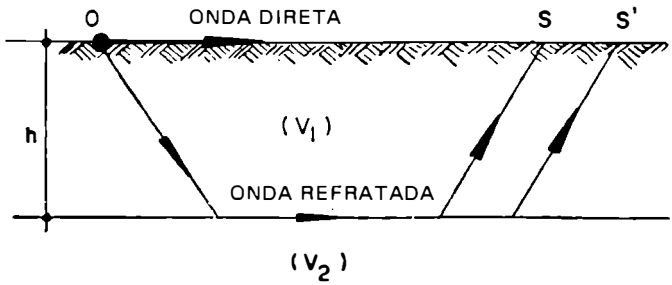


Fig. 14-18

Se marcarmos em abscissas as distâncias dos sismógrafos ao ponto de perturbação e em ordenadas os tempos que as ondas levam para atingir os sismógrafos, obteremos duas retas, de declividades $1/v_1$ e $1/v_2$ (Fig. 14-19), onde v_1 e v_2 são as velocidades, respectivamente, na primeira e segunda camadas.

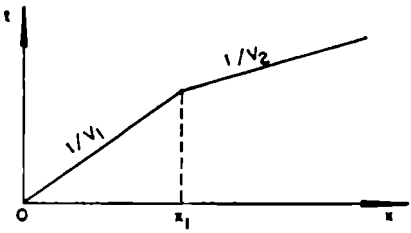


Fig. 14-19

Como para um determinado sismógrafo de abscissa x_1, ponto de interseção das duas retas, as ondas *direta* e *refratada* alcançam-no ao mesmo tempo, da fórmula:

$$h = \frac{x_1}{2}\sqrt{\frac{v_2 - v_1}{v_2 + v_1}}$$

deduz-se a espessura h da camada, uma vez que as velocidades v_1 e v_2, obtêm-se das declividades das duas retas.

Para a maioria dos solos a velocidade de propagação de ondas sísmicas varia entre 150 a 2 500 m/s, correspondendo os valores menores às areias soltas e, os maiores, aos pedregulhos compactos; as argilas têm valores intermediários, tanto maiores quanto mais duras. Para as rochas sãs, os valores oscilam entre 2 000 e 8 000 m/s. Na água, a velocidade é da ordem de 1 400 m/s.

Por esse método pode-se, também, obter valores aproximados do módulo E dos solos, utilizando-se a relação teórica:

$$E = \frac{v^2\gamma\,(1 - \mu - 2\mu^2)}{g\,(1 - \mu)}$$

onde:

v = velocidade de propagação das ondas sísmicas no interior do solo;
γ = peso específico do solo;
μ = coeficiente de Poisson;
g = aceleração da gravidade.

Para explorações superficiais foi desenvolvido um aparelho sísmico portátil, chamado *Terra Scout*.

Outros métodos – Os outros métodos de prospecção geofísica: *gravimétrico* (que utiliza aparelhos muito sensíveis, como a balança de torsão ou pêndulos) e *magnético* (empregando magnetômetros), não são, em geral, usados nas aplicações da Mecânica dos Solos.

14-20 Outras Técnicas

A exploração visual, através de galerias, poços e trincheiras abertas no terreno, é, evidentemente, de grande interesse, uma vez que, por meio das amostras obtidas pelas sondagens, não se pode reconhecer a direção ou a inclinação ou, ainda, a orientação de eventuais falhas ou fraturas de maciços rochosos. Para essa finalidade, as *fotografias em cores* constituem um registro de grande valor.

Uma técnica muito elegante, embora bastante onerosa, para inspeção visual das paredes de um maciço consiste em utilizar uma *câmara especial de televisão*, colocada no interior de um tubo de sondagem ou de uma escavação para execução de um tubulão.

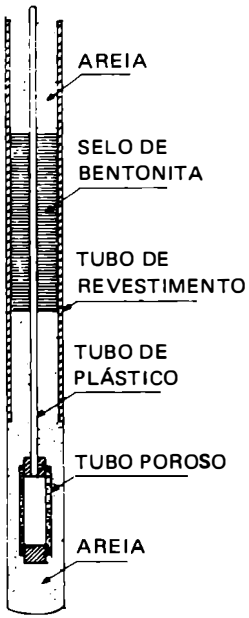


Fig. 14-20

14-21 Comprovação Durante e Após a Construção

As investigações geotécnicas não se esgotam nas fases de projeto, quando se trata de obras de vulto em terrenos difíceis.

A "medida de recalques" de uma obra, por exemplo, durante e após a construção – segundo técnica já mencionada e bastante conhecida – constitui um elemento de grande importância, seja, principalmente, com vista ao controle do seu comportamento (e conseqüente aferição das hipóteses, critérios e teorias de cálculo e métodos construtivos), seja para um eventual reforço, em se tratando de fundações.

Igualmente necessárias e úteis são as "medidas das pressões neutras" que se desenvolvem nos maciços terrosos, para as quais se utilizam "piezômetros"; há vários tipos, sendo o de uso mais freqüente o de Casagrande (Fig. 14-20).

Também a instalação de "células de carga", para captar tensões que são despertadas nos maciços terrosos, é muito empregada.

Registrem-se ainda, por sua importância, as provas de carga executadas nos tubulões da Ponte Rio–Niterói, para confirmar critérios de projeto. Entre elas, uma prova de carga vertical à compressão, até 1 750 t, e uma prova de carga horizontal de 100 t, em que foi utilizado o *slope indicator* (inclinômetro) para determinar a deflexão do tubulão ao longo de todo o seu comprimento.

Fig. 14-21 – Ralph B. Peck (Canadense: 1912)

Hoje, nas pistas experimentais para pavimentos de rodovias e aeroportos, tem sido desenvolvida técnica bastante avançada de instalação de instrumentos de medição, tais como células de carga, extensômetros, pares termoelétricos, tensômetros etc.

A propósito, cremos que não há melhor justificativa para tais estudos e pesquisas do que a ênfase dada por Terzaghi e Peck (Fig. 14-21) na 2ª edição (1973) do seu conhecido e conceituado livro *Mecânica dos Solos na Prática da Engenharia*, com o acréscimo de um capítulo (o 12º) sobre *observações de comportamento*, classificando-as e descrevendo-as em sete categorias:

– observações para detectar sinais de perigo iminente;

– observações do terreno
  - durante a construção;
  - prévias a reforço de fundações;
  - visando a aperfeiçoar métodos construtivos;
  - para acumular experiência local;
  - com vistas a perícias judiciais;
  - para comprovar teorias.

Em abono, ainda, da importância dessas pesquisas, basta recordar os simpósios – hoje na ordem do dia – que têm sido realizados sobre instrumentação de campo e, ensaios "in loco", como os que tiveram lugar na COPPE/UFRJ em novembro de 1975 e no *Nanyang Technological Institute*, de Cingapura, em 1986.

Podemos, assim, resumir nas seguintes fases o problema das fundações de uma obra: *Investigações → Estudos → Execução → Controles.*

Notas Complementares

Nestas *Notas* aditamos esclarecimentos e conceitos acerca de alguns assuntos tratados no presente volume.

I Considerações Teóricas Relativas ao Coeficiente de Permeabilidade

I.1 Introdução

Deduz-se nesta Nota a fórmula de Kozeny-Carman, a qual, proporcionando melhor analogia com o solo, evidencia os fatores que afetam a sua permeabilidade. Esta fórmula é desenvolvida como extensão da equação generalizada de Hagen-Poiseuille para fluxo d'água em tubos capilares, tal como se visualiza a conexão dos vazios em uma massa de solo.

Sobre esse assunto fizemos uma rápida referência no item 8-6.

I.2 Equação de Hagen-Poiseuille

Consideremos (Fig. I-1) um tubo capilar de raio r e examinemos ao longo de um comprimento dl, com uma perda de carga dh, duas "lâminas cilíndricas" coaxiais de raios ρ e $\rho + d\rho$ no interior do tubo. Seja dv a diferencia de velocidade entre as duas "lâminas".

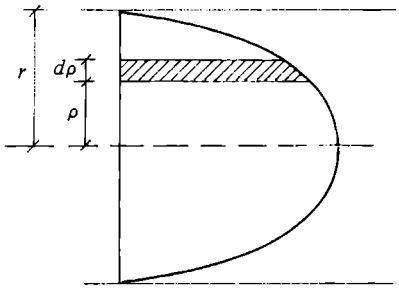


Fig. I-1

A equação de equilíbrio entre a força, devida à pressão, e a resistência de atrito, escreve-se

$$\pi \rho^2 \gamma_a \, dh = 2 \pi \rho \, dl \, \tau$$

onde, admitido o escoamento viscoso e laminar, τ é dado pela lei de Newton

$$\tau = - \eta \frac{dv}{d\rho}$$

com o sinal negativo porque a velocidade diminui para valores crescentes de ρ.

Substituindo e simplificando, obtém-se:

$$\rho \gamma_a \, dh = - 2 \eta \, dl \frac{dv}{d\rho}$$

Separando as variáveis:

$$dv = - \frac{\rho \gamma_a \, dh \, d\rho}{2 \eta \, dl}$$

ou

$$dv = - \frac{\gamma_a i}{2 \eta} \rho \, d\rho$$

com $i = \dfrac{dh}{dl}$ o gradiente hidráulico.

Integrando:

$$v = - \frac{\gamma_a}{4 \eta} i \rho^2 + C$$

Junto à parede do tubo, $\rho = r$ e $v = 0$, o que permite determinar a constante C. Assim:

$$v = \frac{\gamma_a i}{4\eta}(r^2 - \rho^2)$$

que é a conhecida *equação de Hagen-Poiseuille*, a qual exprime a distribuição das velocidades através da seção do tubo capilar.

A *descarga* através da seção será, conseqüentemente, dada por:

$$q = \int_0^r v \cdot 2\pi\rho\, d\rho$$

que integrada fornece:

$$q = \frac{r^2 \gamma_a i}{8\eta} A$$

com $A = \pi r^2$ a área da seção transversal do tubo.

Introduzindo-se o conceito de *raio hidráulico* ($R_H = \frac{\text{área da seção}}{\text{perímetro molhado}}$), que para o tubo capilar de raio r é igual a:

$$R_H = \frac{\pi r^2}{2\pi r} = \frac{r}{2}$$

a equação anterior passa a se escrever:

$$q = \frac{1}{2} \cdot \frac{\gamma_a i}{\eta} R_H^2 A$$

Para um fluxo laminar entre duas placas planas obtém-se, através de uma dedução semelhante (veja-se Leonards – *Foundation Engineering*, págs. 112 e 113), que

$$q = \frac{1}{3} \cdot \frac{\gamma_a i}{\eta} R_H^2 A$$

com A = área da seção transversal limitada pelas duas placas (se Z = largura e D = semidistância entre as placas, $A = 2DZ$).

Assim, para as condições de escoamento viscoso e laminar, qualquer que seja a seção transversal, podemos escrever a equação geral:

$$q = \frac{\gamma_a i}{C_f \eta} R_H^2 A$$

onde C_f é um *coeficiente de forma adimensional.* Esta equação é freqüentemente chamada *equação generalizada de Hagen-Poiseuille.*

Daí:

$$v_m = \frac{q}{A} = \frac{\gamma_a i}{C_f \eta} R_H^2$$

a velocidade média.

I.3 Fórmula de Konezy-Carman

Nos solos os tubos capilares são, na realidade, canalículos os mais irregulares, como mostrado na Fig. I.2, pelo que o gradiente hidráulico real deve ser $\frac{\Delta h}{\Delta l_1}$.

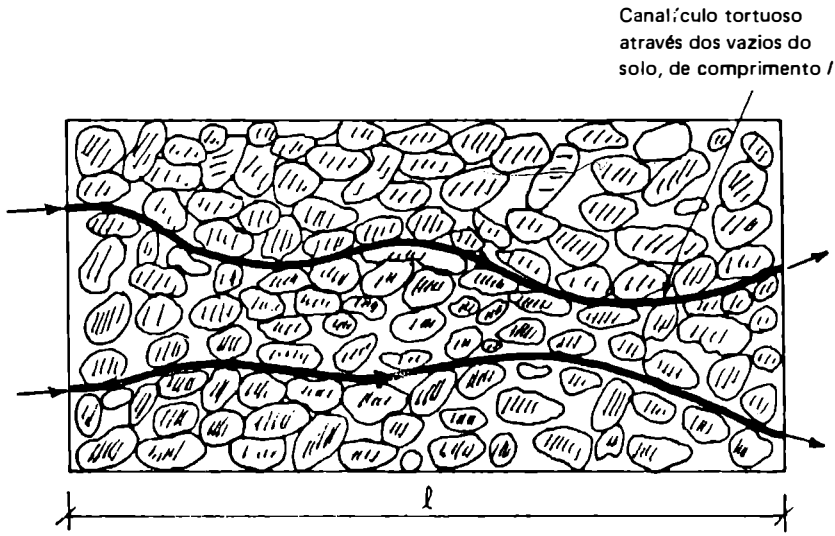


Fig. I.2

Por outro lado, observemos que:

$$R_H = \frac{\text{área}}{\text{perímetro}} = \frac{\text{(área) (comprimento)}}{\text{(perímetro) (comprimento)}} = \frac{\text{volumes de vazios}}{\text{superfície das partículas}} =$$

$$= \frac{nV}{s_v V} = \frac{n}{s_v}$$

onde n é a porosidade do solo, V o volume total e s_v a superfície específica por unidade de volume.

Substituindo R_H por esse valor na equação da velocidade média, e tomando $v_m = v_p$, velocidade real de escoamento ou seja a velocidade de percolação, obtém-se:

$$v_p = \frac{\gamma_a i}{C_f \eta} \cdot \frac{n^2}{s_v^2}$$

Tendo em vista (Fig. I.2) que o fluxo d'água percorre um caminho tortuoso (l_1), a velocidade de percolação deverá ser corrigida pelo *coeficiente de tortuosidade*

$$T = \frac{\Delta l_1}{\Delta l}$$

Assim:

$$v_p = \frac{v}{n} T$$

onde v é a velocidade de descarga através do solo.

Em função de T o gradiente hidráulico real se escreverá:

$$\frac{\Delta h}{\Delta l_1} = \frac{\Delta h}{\Delta l} \cdot \frac{\Delta l}{\Delta l_1} = \frac{i}{T}$$

Substituindo, vem:

$$\frac{v}{n} T = \frac{\gamma_a \frac{i}{T}}{C_f \eta} \cdot \frac{n^2}{s_v^2} = \frac{\gamma_a i}{C_f \eta T} \cdot \frac{n^2}{s_v^2}$$

donde:

$$v = \frac{\gamma_a i}{C_f \eta T^2} \cdot \frac{n^3}{s_v^2}$$

Se definirmos, agora, s_s como sendo a superfície específica por unidade de *volume de partículas sólidas*, podemos escrever:

$$s_s V_s = s_v V$$

donde

$$s_s = \frac{s_v V}{V_s} = \frac{s_v V}{V - V_v} = \frac{s_v V}{V(1-n)} = \frac{s_v}{1-n}$$

e, portanto:

$$s_v = s_s (1 - n)$$

Assim:

$$v = \frac{\gamma_a i}{C_f \eta T^2} \cdot \frac{n^3}{s_s^2 (1 - n)^2}$$

ou

$$v = \frac{1}{C_f s_s^2 T^2} \cdot \frac{\gamma_a}{\eta} \cdot \frac{n^3}{(1 - n)^2} i$$

ou ainda, em função do índice de vazios (ϵ):

$$v = \frac{1}{C_f s_s^2 T^2} \cdot \frac{\gamma_a}{\eta} \cdot \frac{\epsilon^3}{1 + \epsilon} i$$

Esta é a *fórmula de Kozeny-Carman,* que comparada com a equação de Darcy ($v = ki$) nos dá:

$$k = \frac{1}{C_f s_s^2 T^2} \cdot \frac{\gamma_a}{\eta} \cdot \frac{\epsilon^3}{1 + \epsilon}$$

Para os solos granulares – aos quais seria aplicável a equação de Konezy-Carman – os coeficientes de forma C_f e de tortuosidade T são iguais, respectivamente, a 2,5 e $\sqrt{2}$.

A equação que vem de ser obtida chama a atenção de que o coeficiente de permeabilidade é função:

- da textura e estrutura do solo, pois C_f, T e s_s correlacionam-se com essas características;
- do índice de vazios;
- das propriedades do líquido através de γ_a e η;
- da temperatura, pois a viscosidade (η) dela depende.

II Resistência ao Cisalhamento das Argilas Saturadas

II.1 Envoltórias de Ruptura

Na Fig. 11.9 mostramos esquematicamente as posições relativas das envoltárias de rupturas de argilas saturadas, obtidas dos ensaios lento, rápido e rápido pré-adensado. Examinemos cada um desses três tipos clássicos de ensaio triaxial para as argilas normalmente adensadas e pré-adensadas.

Ensaio lento ou com drenagem (S ou CD)

Neste ensaio é garantida a total dissipação das pressões neutras geradas tanto pela tensão de confinamento como pela de cisalhamento, pelo que o estado final de tensões é expresso em termos de tensões efetivas.

Uma argila *normalmente adensada* submetida a este ensaio para diferentes valores de σ_3 mostra-nos que a envoltória dos círculos de Mohr é linear e passa aproximadamente pela origem (Fig. II.1).

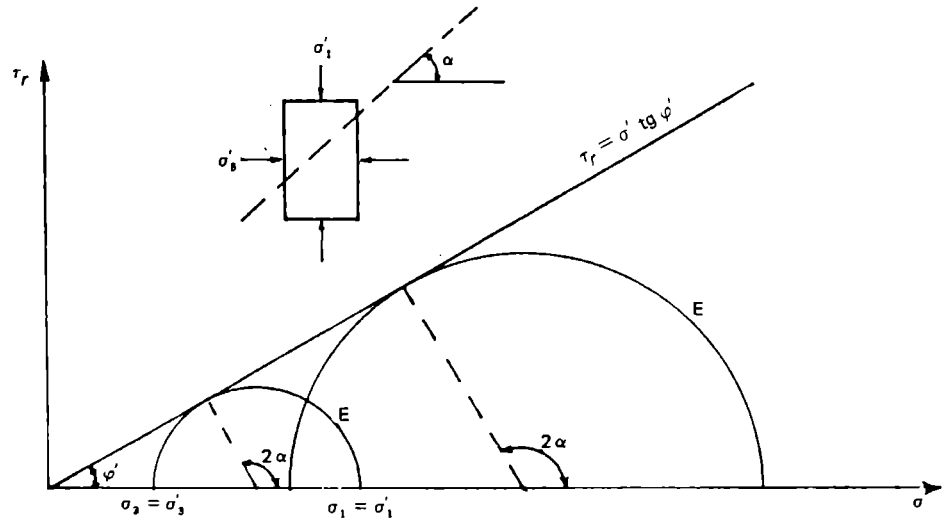


Fig II.1

A equação da envoltória de resistência é, pois,

$$\tau_r = \sigma' \operatorname{tg} \varphi'$$

com φ' o ângulo de atrito interno do solo.

As argilas normalmente adensadas, nessas condições de ensaio, apresentam um comportamento semelhante ao das areias.

Se a argila é *pré-adensada,* a envoltória de ruptura mostra-nos dois trechos distintos. Se as pressões de ensaio são inferiores à pressão de pré-adensamento (σ_a) do solo – trecho *ab* da Fig. II.2 – a resistências são maiores do que as das argilas normalmente adensadas, o que justifica o aparecimento do parâmetro de coesão; para pressões maiores que σ_a – trecho *bc* da figura – as resistências situam-se sobre a envoltória da argila normalmente adensada. Este fato é experimentalmente explicado considerando-se que as argilas pré-adensadas são menos compressíveis, têm menor variação de índice de vazios que as normalmente adensadas, logo, são mais resistentes.

O trecho *ab* tem por equação

$$\tau_r = c_1 + \sigma' \operatorname{tg} \varphi_1$$

e o trecho *bc:*

$$\tau_r = \sigma' \operatorname{tg} \varphi'$$

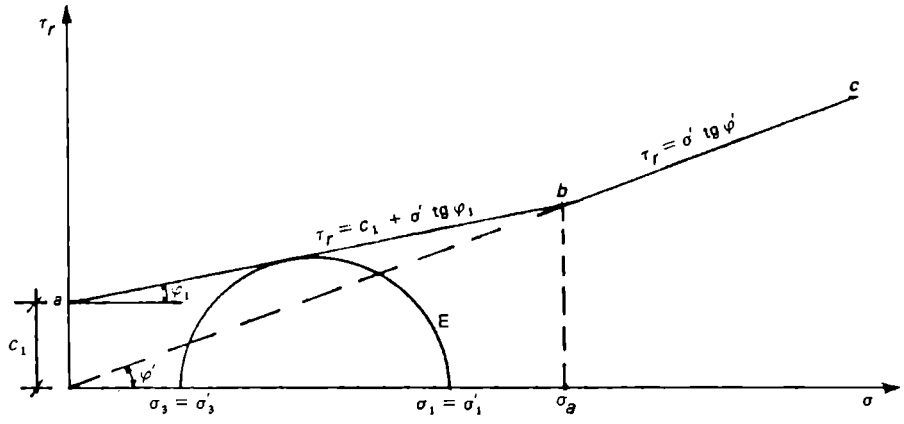


Fig. II.2

Ensaio rápido pré-adensado (R ou CU)

No ensaio rápido com pré-adensamento é permitida a dissipação das pressões neutras decorrentes da aplicação de σ_3 e impedida a dissipação das que se desenvolvem pela aplicação de σ_1.

Este ensaio realizado com medição da pressão neutra representa-se por $\overline{R}$.

Na Fig. II.3 mostramos os círculos de Mohr em termos de tensões totais (T) e de tensão efetivas (E) para uma argila *normalmente adensada.*

Analisando os valores das tensões, tendo em vista que:

$$\sigma_1 = \sigma_3 + \Delta\sigma$$
$$\sigma'_1 = \sigma_1 - u$$
$$\sigma'_3 = \sigma_3 - u$$

onde u é a pressão neutra no momento da ruptura, verifica-se que

$$\sigma_1 - \sigma_3 = \sigma'_1 - \sigma'_3 = \Delta\sigma$$

logo, os dois círculos têm o mesmo diâmetro e estão deslocados entre sí de uma distância u.

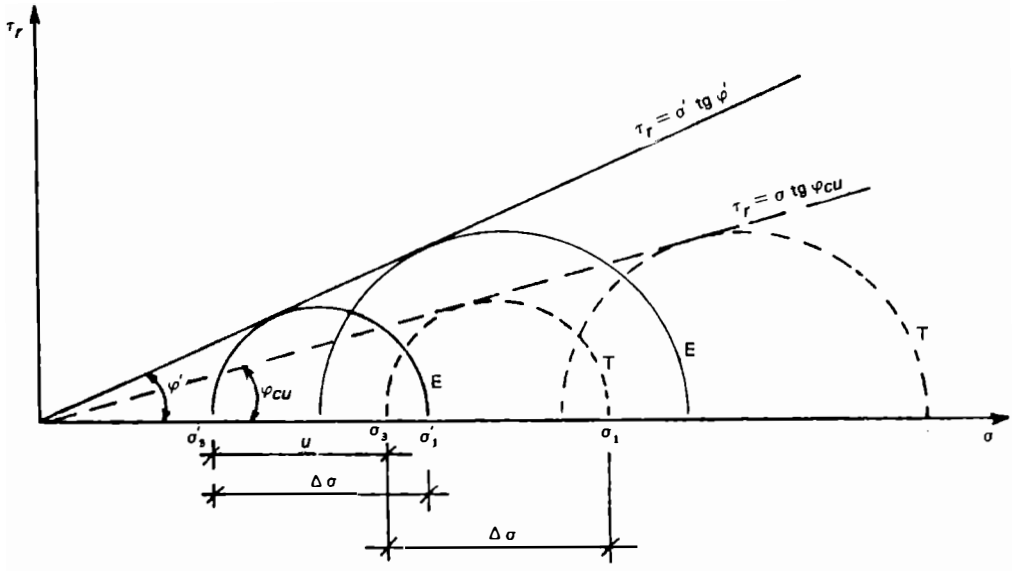


Fig. II.3

As duas envoltórias passam pela origem e as equações de resistência escrevem-se

$$\tau_r = \sigma' \operatorname{tg} \varphi'$$

que é a mesma obtida pelo ensaio lento, e

$$\tau_r = \sigma \operatorname{tg} \varphi_{cu}$$

onde φ_{cu} é o ângulo de atrito em termos de tensões totais, compreendido em $\frac{1}{2}$ e $\frac{2}{3}$ de φ' tal como usualmente considerado.

A envoltória de ruptura em tensões totais para o caso das argilas *pré-adensadas* apresenta também dois trechos distintos ($a'b'$ e $b'c'$) como nos mostra a Fig. II.4, sendo suas equações

$$\tau_r = c_{cu} + \sigma \operatorname{tg} \varphi_{1\,(cu)}$$

para o trecho $a'b'$, e

$$\tau_r = \sigma \operatorname{tg} \varphi_{cu}$$

para o trecho $b'c'$.

A envoltória de ruptura em tensões efetivas é semelhante à da Fig. II.2 obtida para ensaios drenados.

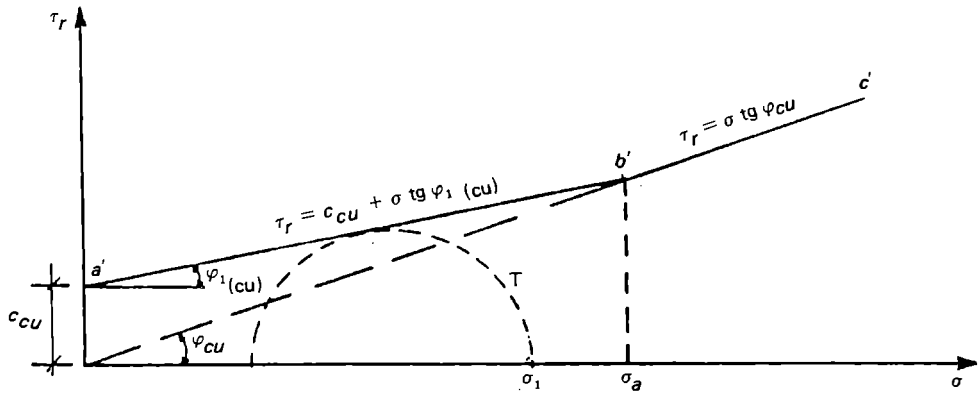


Fig. II.4

Ensaio rápido ou sem drenagem (Q ou UU)

Neste ensaio não é permitida a drenagem em nenhuma de suas fases. Não haverá, portanto, variação de volume da amostra e, conseqüentemente, do índice de vazios. As tensões exercidas serão, então, tensões totais suportadas integralmente pela água intersticial. Os diâmetros dos círculos serão todas iguais, pois o *deviator stress* ($\sigma_1 - \sigma_3$) é praticamente o mesmo para todos os ensaios, independentemente da pressão de confinamento (σ_3). A envoltória será, então, uma reta horizontal (Fig. II.5), e a resistência não drenada da argila tornar-se-á simplesmente

$$\tau_r = c_u$$

sendo c_u, igual ao raio do círculo de Mohr, a *coesão não drenada.* É a chamada "condição $\varphi = 0°$".

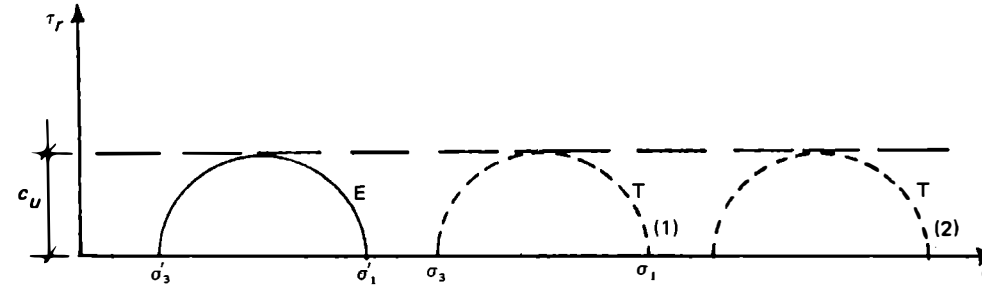


Fig. II.5

Mostremos, agora, que a tensão confinante efetiva (σ'_3) tem o mesmo valor para qualquer amostra ensaiada e que, portanto, *somente um círculo de tensões efetivas é obtido*. Consideremos dois ensaios e designemo-los por (1) e (2). Tem-se que:

$$\sigma'_{3(1)} = \sigma_3 - u_{(1)}$$

$$\sigma_{3(2)} = \sigma_3 + \Delta\sigma_3$$

$$u_{(2)} = u_{(1)} + \Delta u$$

Mas

$$\Delta u = \Delta\sigma_3$$

Logo

$$\sigma'_{3(2)} = (\sigma_3 + \Delta\sigma_3) - (u_{(1)} + \Delta u) = \sigma_3 - u_{(1)} = \sigma'_{3(1)}$$

o que prova existir um só círculo de tensões efetivas.

II.2 Resistência Residual

As argilas mostram que após a resistência ao cisalhamento atingir um valor *máximo* (τ_r), ela decresce com o aumento das deformações até atingir, quando uma grande deformação tenha ocorrido, uma resistência final, chamada *resistência residual* (τ_{res}), como indicado na Fig. II.6.

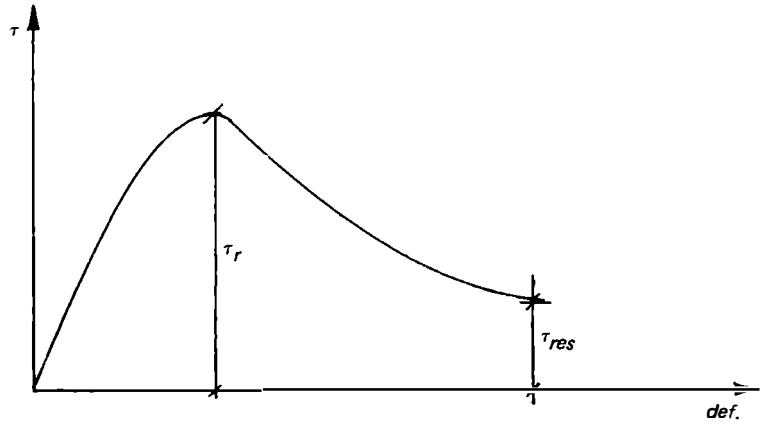


Fig. II.6

A diminuição da resistência é explicada pela reorientação das suas partículas lamelares, bem como por expansões volumétricas quando se deformam sob esforço cortante.

O conceito de resistência residual deve-se a Skempton. Nos deslizamentos de taludes por ele estudados, alguns teriam ocorrido com uma resistência média $\overline{\tau}$ compreendida entre τ_r e τ_{res}. Daí a expressão conhecida como *fator residual:*

$$R = \frac{\tau_r - \overline{\tau}}{\tau_r - \tau_{res}}$$

Se não há redução, isto é, se $\overline{\tau} = \tau_r$, então $R = 0$, mas se há uma completa redução ($\overline{\tau} = \tau_{res}$), então $R = 1{,}0$.

Não existe um ensaio *standard* para determinar no laboratório a resistência residual das argilas. O ensaio mais apropriado é o *ensaio de corte anelar* (Fig. II.7), em que se utiliza um aparelho praticamente idêntico ao do ensaio direto, com a diferença de que o esforço se produz aplicando uma torção em torno de um eixo normal à amostra.

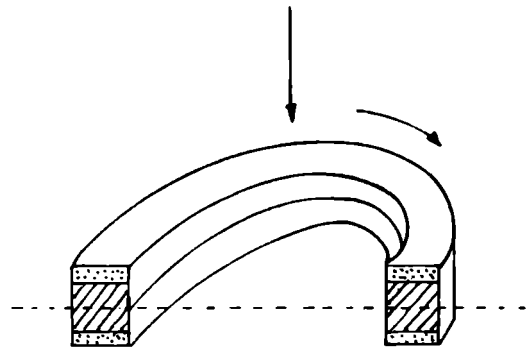


Fig. II.7

III Controle da Compactação Pelo Método de Hilf

São expostas, a seguir, as bases teóricas do *método de Hilf* para controle rápido da compactação, mencionado na pág. 178.

Admitamos um aterro compactado, cujas dimensões das partículas sólidas não sejam maiores do que a abertura da peneira nº 4 (~ 5 mm).

Determinamos no campo (por exemplo, pelo processo do cilíndro biselado) o peso específico aparente úmido do aterro γ_0, ao qual corresponde o peso específico seco $\gamma_{s,0}$; seja h_0 a umidade natural de campo, embora não precisemos conhecê-la.

Retiramos do aterro, mantida sua umidade, uma certa quantidade de solo e moldamos, no mínimo, três corpos de prova no cilíndro de Proctor, com a energia desejada: um

com a umidade natural, e os outros acrescentando-se ou retirando-se (por secagem) quantidades de água conhecidas.

Observemos, agora, que para uma amostra com umidade h, podemos escrever:

$$\frac{1+h}{1+h_0} = \frac{1+h_0+h-h_0}{1+h_0} = 1+\frac{h-h_0}{1+h_0} = 1+z \qquad (A)$$

com

$$z = \frac{h-h_0}{1+h_0} = \frac{h\,P_s - h_0\,P_s}{P_s\,(1+h_0)} = \frac{\Delta P_a}{P}$$

onde P_s é o peso seco e P o peso total do solo. Esta relação nos mostra que o numerador de z exprime o peso da água (acrescida ou reduzida) quando a umidade passa de h_0 para h; z é, portanto, a variação do peso de água referida ao peso total do solo com a umidade do campo (h_0).

Podemos, então, escrever que:

$$\frac{\gamma_i}{1+z_i} = \frac{\gamma_{s,\,i}\,(1+h_i)}{1+z_i} = \frac{\gamma_{s,\,i}\,(1+h_i)}{\frac{1+h_i}{1+h_0}} = \gamma_{s,\,i}\,(1+h_0) = \gamma_{i,\,c}$$

ou seja, que o peso específico úmido (γ_i) pode ser ***convertido*** ($\gamma_{i,\,c}$) ao peso específico úmido do campo, bastando dividir γ_i por $1+z_i$.

Face ao exposto podemos escrever para cada um dos três corpos de prova compactados:

$$\gamma_{1,\,c} = \gamma_{s,\,1}\,(1+h_0)$$

[uma vez que para $h_1 = h_0 \rightarrow z_1 = 0$ e, assim, $\gamma_{1,\,c} = \gamma_0$ e $\gamma_{s,\,1} = \gamma_{s,\,0}$, conforme notação anterior]

$$\gamma_{2,\,c} = \frac{\gamma_2}{1+z_2} = \gamma_{s,\,2}\,(1+h_0)$$

$$\gamma_{3,\,c} = \frac{\gamma_3}{1+z_3} = \gamma_{s,\,3}\,(1+h_0)$$

e, desse modo, traçar a curva (Fig. II.8) de variação dos pesos específicos convertidos

$$\gamma_{i,\,c} = \frac{\gamma_{s,\,i}\,(1+h_i)}{1+z_i}$$

em função de z_i, donde se obtém para ordenada máxima o valor $\gamma_{s,\,máx}\,(1+h_0)$.

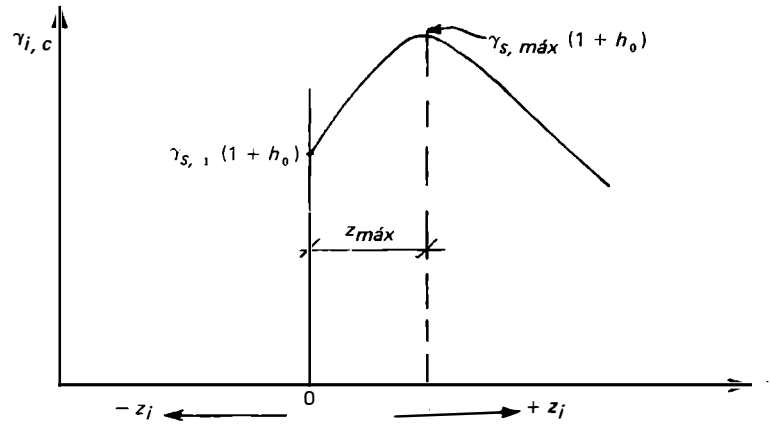


Fig. II.8

O grau de compactação G_c será, portanto,

$$G_c = \frac{\gamma_{s,\,0}\,(1 + h_0)}{\gamma_{s,\,máx}\,(1 + h_0)} = \frac{\gamma_{s,\,0}}{\gamma_{s,\,máx}}$$

onde o numerador já era conhecido, e o denominador é obtido da curva.

Vejamos, finalmente, como obter de maneira aproximada o *desvio* entre a umidade ótima (h_{ot}) e a de campo (h_0). Da expressão de definição de z pode-se deduzir que:

$$h_{ot} - h_0 = z_{máx}\,(1 + h_0) \qquad \text{(B)}$$

com $z_{máx}$ a abscissa da ordenada máxima na curva da Fig. II.8. Se $z_{máx} = 0$ conclui-se que $h_{ot} = h_0$ e, desse modo, a umidade de campo estaria na umidade ótima.

Da relação (A) obtém-se:

$$1 + h_0 = \frac{1 + h}{1 + z}$$

Se $z = z_{máx}$ para $h = h_{ot}$, podemos escrever

$$1 + h_0 = \frac{1 + h_{ot}}{1 + z_{máx}}$$

que levado à relação (B) nos fornece o valor do desvio de umidade:

$$\Delta h = h_{ot} - h_0 = \frac{z_{máx}}{1 + z_{máx}}\,(1 + h_{ot})$$

estimando-se para h_{ot} um valor obtido de correlações estatísticas entre h_{ot} e $\gamma_{s,\,máx}$ para solos compactados da região em estudo. Segundo Hilf o erro cometido é aceitável para fins de controle.

Bibliografia

ABSI, E. – *Cours Pratique de Mecanique des Sols* (Apontamentos; s/d)

ALFONSO RICO RODRIGUES *y* HERMILO DEL CASTILLO – *La Ingenieria de Suelos en las vias terrestres* – Vol. 1 (1974) e Vol. 2 (1977).

ALVES DE SOUZA, H. – *Geofísica Aplicada* – 1937

ATKINSON, J. H. – BRANSBY, P. L. – *The Mechanics of Soils. An Introduction to Critical State Soil Mechanics* – 1978.

BADILLO, E. J. – RODRIGUES, A. R. – *Mecánica de Suelos* – Tomos I – 1963, II – 1967 e III – 1969

BRAJA M. DAS – *Introduction to Soil Mechanics* – 1979

BRAJA M. DAS – *Advanced Soil Mechanics* – 1983.

CALLADINE, C. R. – *Engineering Plasticity* – 1969.

CAMBEFORT, H. – *Reconocimiento de los Suelos y Cimentaciones Especiales* – 1967

CAMBEFORT, H. – *Perforaciones y Sondeos* – 1968

CAMBEFORT, H. – *Introduction a la Géotechnique* – 1971

CAPUTO, H. P. – *Curso de Mecânica dos Solos e Fundações*. Escola Politécnica da Universidade Católica – Notas de aulas – 1954

CAPUTO, H. P. – *Análise Matemática do Adensamento Unidimensional de Camadas Argilosas* – Revista EPUC – Engenharia e Arquitetura – nº 2 – 1955

CAPUTO, H. P. – *Sobre os Recalques por Adensamento* – Monografia – 1957.

CAPUTO, H. P. – *Mecânica dos Solos para Uso de Engenheiros Rodoviários* – 2ª edição – 1961

CAPUTO, H. P. – *Matemática para a Engenharia* – 1969.

CAPUTO, H. P. – *Problemas Sobre Mecânica dos Solos e Fundações*. Escola de Engenharia da Universidade Federal do Rio de Janeiro – 1965

CAPUTO, H. P. – *Matemática, Geologia e Engenharia*. Revista "Rodovia" – nº 267 – 1965

CAPUTO, H. P. – *O Ensino da Mecânica dos Solos no Brasil* – 1966

CAPUTO, H. P. – *Uma Síntese dos Fundamentos Teóricos da Geomecânica Rodoviária* – 1971

CAPUTO, H. P. – *Notas sobre Mecânicas dos Meios Contínuos* – 1983.

CAQUOT, A. e KERISEL, J. – *Traité de Mécanique des Sols* – 4ª Édition – 1966

CARLSON, L. – *Determination "in situ" of the Shear Strengh a Undisturbed Clay by Means of a Rotating Auger* – "Proceeding of the Second International Conference on Soil Mechanics Foundation Engineering" – Vol. I – 1958.

CESTELLI GUIDI, C. – *Meccanica del Terreno. Fondazione. Opere in Terra* – 1957.
CORREIA DE ARAÚJO, F. – *Elasticidade e Plasticidade* – 1961.
COSTA NUNES, A. J. da – *Curso de Mecânica dos Solos e Fundações* – 1956
COSTA NUNES, A. J. – *A Elasticidade, a Plasticidade e a Mecânica dos Solos* (Revista do Clube de Engenharia) – 1951.
COSTET, J. – SANGLERAT, G. – *Cours Pratique de Mécanique des Sols* – 1969
"CURSO DE MECÂNICA DOS SOLOS" – Publicação da Ordem dos Engenheiros – Lisboa – 1955
"DNER – Divisão de Pesquisas Tecnológicas" – *Métodos de Ensaio* – 1971
DERAMPE, P. – *La Résolution des Problémes de Fondations* – 1964
ESCARIO, J. L. y del PINO, N. – *Aplicaciones de la Mecánica del Suelo a la Construcción de Carreteras* – 1954
ESCARIO, V. – JUSTO, J. L. – *La Resistência al Esfuerzo Cortante de los Suelos* – 1970
FEODOSIEV, V. I. – *Resistencia de Materiales* – 1972
FOLQUE, J. B. – *Reologia de Solos não-saturados* – 1961
FONDATIONS (Premiére partie) – R. Sinninger, rédigé par R. Viret – École Polytechnique Fédérale de Lausanne – 1975.
FROEHLICH, O. K. – *La Repartición de Presiones en el Terreno de Cimentación con Especial Examen del Fenómeno de Plasticidad* – 1940
GIULIANI, F. – *Mecánica del Suelo y Fundaciones* – 1956
GUERRA, ANTONIO TEIXEIRA – *Dicionário Geológico – Geomorfológico* – 1966
GUZMÁN, A. M. e SAIEME, R. P. G. – *Elasticidad y Plasticidad* (Tomo I) – 1970
HAEFELI, R. – *Notes Sur la Résistance au Cisaillement des Sols Argileux* – Publicação nº 17 do Laboratório Nacional de Engenharia Civil – Lisboa – 1951
HARR, M. E. – *Foundations of Theoretical Soil Mechanics* – 1966
HILF, J. W. – *Método Rápido de Controle da Construção de Aterros de Solos Coesivos* (tradução de L. S. de ALBUQUERQUE) – 1959
JEUFFROY, G. – *Conception et Construction des Chaussées* – Tomo I – 1967
JIMENEZ SALAS, J. A. – *Mecánica del Suelo y sus Aplicaciones a la Ingenieria* – 1951
JIMENEZ SALAS, J. A. – JUSTO ALPAÑES, J. L. de – *Geotécnica y Cimientos* – Vol. 1 – 1971, Vol. 2 – 1976.
JUMIKIS, A. R. – *Soil Mechanics* – 1962
JUMIKIS, A. R. – *Theoretical Soil Mechanics* – 1969
KAROL, R. H. – *Soils and Soil Engineering* – 1960
KÉZDI, A. – *Manual de la Mecanica de Suelos* – Tomo I – 1975.
KOLLBRUNNER, C. F. – *Fundation und Konsolidation* – Band I – 1946
KRYNINE, D. P. – *Mecánica de Suelos* – 1951
KRYNINE, D. P. – JUDD, W. R. – *Principios de Geologia y Geotecnia para Ingenieros* – 1961
LAMBE, T. W. – *Soil Testing for Engineers* – 1951
LAMBE, T. W. – WHITMAN, R. V. – *Mecânica de Suelos* – 1972
LEHR, H. – *Exemples de Calculs pour les Projets de Fondations* – 1960
LEONARDS, G. A. e outros – *Foundation Engineering* – 1962
"L.N.E.C." – *Mecânica dos Solos – Conceitos Fundamentais* – 1974
MALLET, Ch. – PACQUANT, J. – *Les Barragens en Terre* – 1951
"*Manual do Engenheiro*" – Globo – IV volume – 1955
MASSONNET, C. – *Résistance des Matériaux*. Tomo II – 1965
MEDINA, J. de – *O Ensaio do Equivalente de Areia* (publicação do Instituto de Pesquisas Rodoviárias – 1962)
MEDINA, J. de – (editor) – *Propriedades Mecânicas dos Solos Residuais* (Seminário – COPPE – 1970)
MELLO, VICTOR F. B. – TEIXEIRA, A. H. – *Mecânica dos Solos, Fundações e Obras de Terra*. Publicações nºs 35 (1960) e 57 (1961) da Escola de Engenharia de São Carlos
NICOLLIER, V. S. – *Mecânica del Suelo* – 1940/43
NOGAMI, J. S. – *Solos* – Apostila de Geologia Aplicada (sem data)

OLMSTEAD, F. R. – JOHNSTON, C. M. – *A Comparison of Rapid Methods for the Determination of Liquid Limits of Soils* – "Public Roads" – Vol. 28, nº 3 – 1954
PARCHER, J. V. – MEANS, R. E. – *Physical Properties of Soils* – 1964
PEDRO PAULO COSTA VELLOSO – *Fundações – Aspectos Geotécnicos* – Publicação da PUC-RJ – 1982.
PELTIER, R. – *Manuel du Laboratoire Routier* – 1955
PERSOZ, B. e outros – *Introduction a L'étude de la Rheologie* – 1960
POLDINI, E. – *La Prospéction Électrique du Sous-Sol* – 1947
Road Research Laboratory D.S.I.R. – *Soil Mechanics for Road Engineers* – 1952
ROSENAK, S. – *Soil Mechanics* – 1963
SALVADORI, M. G. e BARON, M. L. – *Métodos Numéricos Aplicados à Engenharia* – 1956
SÁVIO SOBRAL, H. – *Contribuição ao Estudo dos Massapês como Solos para Construção* – Tese – 1956
SCHOFIELD, A. – WROTH, P. – *Critical State Soil Mechanics* – 1968.
SCHULZE, W. E., – SIMMER, K. – *Cimentaciones* (1970)
SHASHI K.GULHATI – *Engineering Properties of Soils* – 1981
SILVA JÚNIOR, JAYME F. da – *Resistência e Estática das Construções* – 1959
SILVEIRA, I. da – *Injeções de Água para Determinação da Permeabilidade de Terrenos Submersos.* "Revista do Clube de Engenharia" – nº 164 – 1950
SILVEIRA, I. da – *Estudo dos Recalques* – Teoria da Consolidação – Tese – 1955
Simpósio Sobre Compactação dos Solos – Publicação da Ordem dos Engenheiros – Lisboa – 1954
SIMONS, N. E. – MENZIES, B. K. – *A Short course in Foundation Engineering* – 1975
SMITH, G. N. – *Elements of Soil Mechanics* – 1974
SMITH, M. J. – *Soil Mechanics* (1978)
SOWERS, G. B. – SOWERS, G. F. – *Introducción a la Meednica de Suelos y Cimentaciones* – 1972
SPENCER, G. C. – *Introduction to Plasticity* – 1968
TALOBRE, J. – *La Méchanique des Roches* – 1957
TAYLOR, D. W. – *Fundamentals of Soil Mechanics* – 1948
TERZAGHI, K. – *Mecdnica Teorica de Suelos* – 1945
TERZAGHI, K. – *Origin and Functions of Soil Mechanics* – 1953
TERZAGHI, K. – PECK, R. B. – *Mecánica dos Solos na Prdtica da Engenharia.* Tradução de A. J. COSTA NUNES e M. L. CAMPOS CAMPELLO – 1962
TESORIERE, G. – *La Meccanica del Terreno Aplicada alle Construzioni Stradali* – 1959
TIMOSHENKO, S. – *Teoria de la Elasticidad* – 1946
TORRENT, J. M. – *Métodos Matemáticos de la Técnica* – 1966
TSCHEBOTARIOFF, G. P. – *Mecdnica del Suelo* – 1958
VALLE, RODAS, R. – *Carreteras, Calles y Aeropistas* – 1961
VARGAS, M. – *A Exploração do Subsolo para Fins de Estudos de Fundações.* Publicação nº 143 do Instituto de Pesquisas Tecnológicas (I.P.T.) de São Paulo – 1945
VARGAS, M. – *O Sentido da Mecânica dos Solos* (I.P.T. de São Paulo) – 1950
VARGAS, M. – *Resistência e Compressibilidade de Argilas Residuais.* Tese – 1951
VARGAS, M. – *Introdução à Mecânica dos Solos* – 1977.
VELLOSO, D. A. – *Introdução à Teoria da Plasticidade* – 1967
VERDEYEN, J. – *Mécanique du Sol et Fondations* (sem data)
WAYNE, C. TENG – *Foundation Design* – 1962
WHITLOW, R. – *Basic Soil Mechanics* – 1983.
YONG, R. N. – WARKENTIN, B. P. – *Introduction to Soil Behavior* – 1966.